

TP2

Introduction à Coq : les nombres

Exercice 1 Les bases.

Montrer les lemmes suivants :

`Theorem deux_non_egal_a_trois : ~ (S (S 0) = S (S (S 0)))`.

`Theorem mul_S : forall n m : nat, n * S m = n + n * m`.

Indications : quelques tactiques de base sont nécessaires, vous pouvez vous référer au manuel pour voir l'utilisation :

`intros, unfold, induction, simpl, reflexivity, rewrite`.

Exercice 2 Distance de Manhattan.

Définir et tester (`Eval compute in`) la fonction qui calcule la distance de Manhattan entre deux points du plan. La distance de Manhattan est ainsi définie : soient 2 points $A(x_1, y_1)$ et $B(x_2, y_2)$ alors $Man(A, B) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$.

Exercice 3 Division par 4.

Définir et tester une fonction de type `positive->Z` qui à tout nombre p renvoie $\lfloor p/4 \rfloor$. (Sans utiliser une opération déjà existante.)

Exercice 4 Puissance réelle.

En utilisant la fonction `Rpower : R->R->R`, prouver que $r^{p+q} = r^p * r^q$ où \wedge représente ici `Rpower`. (Vous pourrez utiliser les lemmes `Rmult_plus_distr_r` et `exp_plus`.)