Du temps sensible de Whitehead aux S-langages

Sylviane R. Schwer
Université Paris 13 et laboratoire LaLICC (CNRS UMR 8139)

1. Introduction

Indépendamment de la conception éternaliste ou fleuviste qu'on ait du temps, les deux relations fondamentales de précédence et de simultanéité doivent être prises en compte. C'est-à-dire que le temps est intimement lié à des structures d'ordre, pour la précédence, et d'équivalence pour la simultanéité. Traditionnellement, que ce soit en physique, en informatique ou en linguistique, les structures utilisées dans la représentation formelle du temps sont les ensembles de nombres qui représentent les *instants*, qu'on veuille le temps discret ou continu, voire les deux à la fois chez certains linguistes[1][2]. Nous commençons donc par rappeler les définitions des différents ensembles de nombres utilisés - N, Z, Q, R - en insistant, chose rarement faite, sur les propriétés topologiques, et plus précisément les propriétés liées à la structure d'ordre de ces différents ensembles de nombres. Ceux-ci ont été construits les uns par rapport aux autres par *remplissages successifs*, mais si ces remplissages successifs constituent un enrichissement certain pour le calcul, il n'en est pas de même en ce qui concerne les propriétés liées à la structure d'ordre, ce qui est un inconvénient pour la représentation du temps. Autre problème, que nous abordons ensuite, celui induit par l'usage mathématique du mot *continu* qui ne correspond ni à l'usage courant ni à celui qu'en fait Whitehead dans PNK[3]. Il apparaît alors justifié de faire le choix de ne pas utiliser un ensemble de nombres comme principe d'une représentation temporelle.

C'est la voie suivie par le courant des philosophes de la nature, et en particulier par Whitehead qui se fondent sur des structures formées d'objets plus primitifs que les instants. La relation associée à ces objets est celle de recouvrement ou d'emboîtement, au sens des poupées russes. Les objets primitifs de Whitehead sont les *événements*[4] et la relation fondamentale est la *relation d'extension*, moteur principal de *la méthode d'abstraction extensive*. Nous en reprendrons les propriétés mathématiques fondamentales telles que présentées dans PNK. Instants et relations de précédence et de simultanéité sont alors des notions dérivées de la notion de durées, support temporel de l'événement. L'instant devient une entité complexe, représentant ultime de toute une suite emboîtée de durées. Il a pour rôle essentiel, non de représenter cette suite de durée, mais à la fois de délimiter et d'assurer le

---

[1] Co Vet, *Temps, aspects et adverbes de temps en français contemporain*. DROZ, Genève, 1980 : p. 38 « Nous le [Temps] le concevons comme un ensemble infini de moments ordonnés linéairement selon la relation ≤ (antérieur ou simultané à) et comme étant de nature discrète et dense ».

[2] Zlatka Guentcheva, *Temps et aspect : l'exemple du bulgare contemporain*, Editions du CNRS, 1990, p 26-27, « L'intervalle [de Temps] est un ensemble orienté d'instants contigus », « L'intervalle est donc un continu construit d'instants contigus au sens où il est toujours possible d'insérer un instant entre deux instants ». Nous verrons qu'il est impossible pour les ensembles de nombres d'être à la fois contigus (deux nombres sont voisins et se touchent) et dense.

[3] *An Enquiry Concerning the Principles of Natural Knowledge*, Cambridge University Press, 1919, seconde édition , Dover Publications, Inc., New York. (cité ensuite PNK)

[4] « l'hypothèse fondamentale élaborée au cours de cette enquête est que les faits ultimes de la nature, dans les termes desquels toute explication physique et biologique doit être exprimée, sont des événements liés par leurs relations spatio-temporelles, et que ces relations sont dans l'ensemble réductibles à cette propriété qu'ont les événements de pouvoir contenir (ou s'étendre sur) d'autres événements qui en sont des parties », citation de (Durand) traduite de PNK.

passage, c'est-à-dire ce sont des *moments-frontières* qui permettent de se situer dans le temps, de la même façon que les bornes miliaires permettent de se repérer le long d'une route.
En partant d'un point de vue d'algébriste, nous avons recherché quelles étaient les structures minimales satisfaisant les deux relations de simultanéité et de précédence entre chaînes de points. Nous avons trouvé plusieurs structures isomorphes, dont celle des S-langages formels. Un S-langage formel est un ensemble de séquences finies de S-lettres, une S-lettre étant un ensemble d'identités d'objets qui tous commencent ou finissent simultanément. Dans cette représentation, les S-lettres, composées des identités des occurrences des événements qui s'y rencontrent, représentent exactement les moments-frontières de Whitehead. Cette approche permet de représenter les informations temporelles qualitatives et notamment tout ce qui concerne la B-série de Mac Taggart[5] sans recours ni aux nombres ni à des langages de logiques modales ou temporelles.
Cet article s'organise ainsi : après cette introduction, nous rappelons les propriétés mathématiques des nombres, puis nous présentons la relation d'extension de la méthode d'abstraction extensive de Whitehead et montrons que plusieurs structures peuvent satisfaire la notion d'éther ; enfin, nous montrons l'adéquation de notre modèle de S-langages pour représenter les relations temporelles.

2. Les représentations classiques du temps par les nombres

Les ensembles de nombres N, Z, Q, R se construisent successivement à partir du premier par pour permettre d'augmenter la puissance d'expression des opérations de calcul et de passage à la limite. En revanche, en tant que structures ordonnées, il y a à chaque fois perte de propriétés importantes, comme nous allons le rappeler ici.

L'ensemble des entiers naturels N est l'ensemble des nombres usuels 0,1,2,3,…ordonné par la relation *inférieur*, notée < et ainsi définie : « l'entier naturel x est inférieur à l'entier naturel y », noté « x <y », si et seulement s'il existe un entier naturel « z » non nul tel que « y=x+z ». De deux entiers naturels quelconques distincts, l'un est inférieur à l'autre. 0 est le plus petit entier naturel. Il n'y a pas de plus grand élément. Tout entier naturel *n* non nul possèdent deux voisins immédiats : *n-1* et *n+1*. Ces propriétés confèrent à N une structure d'ordre linéaire, discrète avec un plus petit élément. L'absence de plus grand élément permet de faire correspondre à tout ensemble fini, un entier naturel, qui est le nombre de ses éléments et qu'on appelle son cardinal. Tout ensemble isomorphe à N est appelé un ensemble dénombrable. La discrétion de N et la présence d'un plus petit élément permet le raisonnement par récurrence et récursion. En revanche, les opérations de soustraction et de division ne sont que très partiellement définies.

L'ensemble des entiers relatifs Z permet de donner un sens à la soustraction, quelque soit le couple d'entiers concerné. C'est l'ensemble des nombres …-3,-2,-1,0,1,2,3,…ordonné par la même relation *inférieur*. Les entiers relatifs identiques aux entiers naturels 1, 2, 3, …sont dits entiers positifs ou entiers naturels. Comme structure d'ordre, elle possède les mêmes propriétés que N, excepté le plus petit élément. Contrairement à ce qui se passe dans N, en partant d'un entier *n* quelconque, il n'y a plus de moyen naturel d'arrêter le processus de soustraction répétitive d'une unité, même si *n* est positif.

L'ensemble des nombres rationnels Q permet de donner un sens à la division pour tout couple de relatifs, sauf pour ceux contenant 0 au dénominateur. Bien que Q soit aussi ordonné par la relation *inférieue*, il n'est plus possible d'en donner une description, selon cette relation.

---

[5] The Unreality of Time, *Mind,* 17 (1908) p.457-474.

En effet, pour cette relation d’ordre, Q a perdu la propriété d’énumération[6]. En effet, entre deux rationnels distincts quelconques, il en existe toujours un autre, et même une infinité d’autres. On dit que l’ordre est dense. Nous reverrons cette propriété de densité dans la relation d’extension de Whitehead, confondu avec la notion de continuité.

L’ensemble des nombres réels R complète d’une certaine manière l’ensemble des rationnels Q, en permettant à toute suite croissante et bornée de Q (c’est-à-dire dont tous les éléments sont inférieurs à un certain entier) d’avoir une limite. R, muni de la même relation d’ordre *inférieur,* est un ensemble complet. Une conséquence directe du théorème de Löwenheim-Skolem, en logique du premier ordre (logique des prédicats) est que « deux structures denses, linéaires, sans plus petit ni plus grand élément, sont élémentairement équivalentes, c’est-à-dire qu’aucune formule du premier ordre ne peut les distinguer ».

Il n’y a donc pas grand sens, en général, à vouloir se placer dans R plutôt que dans Q, si ce n’est pour faire des calculs de limites. On ne peut pas non plus vouloir à la fois un ordre qui soit discret et dense sur ce genre de discours. Mais en fonction des propriétés recherchées, on se placera soit dans N ou Z, soit dans Q ou R, toujours en assimilant un instant à un nombre ou à un point de la droite réelle.

3. De la relation d’extension à la formation de l’instant chez Whitehead

Pour une étude détaillée de la méthode de l’abstraction extensive, nous renvoyons le lecteur à la thèse de Guillaume Durand ainsi qu’à l’article de Michele Carraglia dans ce recueil. Dans cette partie, nous reprenons les propriétés fondamentales de la relation d’extension, telle que Whitehead l’expose dans PNK (p. 101, §27). Nous traduisons la relation *extends over,* dénotée *K* sur la classe des événements, par *est une extension de* plutôt que par *s’étendre sur*, car Whitehead la conçoit comme la relation inverse de la relation de la relation *est une partie de*, qui ne doit pas être confondue avec la relation méréologique de même nom de Liesnevsky.

3.1 La relation d’extension sur les événements

Whitehead pose que *K* possède les six propriétés suivantes qui sont essentielles pour la méthode d'abstraction extensive :

(1) *a K b* implique que l'événement *a* est distinct de l'événement *b*, ce qui signifie que la relation est stricte .

Mathématiquement, la relation *K* est donc antiréflexive (on n’a jamais *aKa*), ce n'est donc pas la relation inverse de celle de Liesnevsky.

(2) Tout événement est une extension d'autres événements et il existe des événements qui l'ont comme extension. La classe[7] des événements qui ont comme extension un événement *e* est appelée la classe de ses parties (propres).

Mathématiquement, pour la relation *K*, la classe des événements ne possède ni plus petit élément ni plus grand élément. La classe des restrictions d'un événement *e* est usuellement notée *K(e)*.

(3) Si les parties d’un événement *b* sont aussi des parties de l'événement *a*, et si *a* et *b* sont distincts, alors *a* est une extension de *b*

(4) La relation *K* est une relation transitive : si *aKb* et *bKc* alors *aKc*.

---

[6] Q est un ensemble énumérable car isomorphe à NxN, un autre ordre permet de lui donner une structure d’ordre discret, mais cet ordre n’est plus linéaire .

[7] Whitehead emploie le terme *set*, mais même si la stratification imposée par (i) évite le genre de paradoxe de l'ensemble de tous les ensembles, il n'y a aucune nécessité à parler d'ensembles plutôt que de classes.

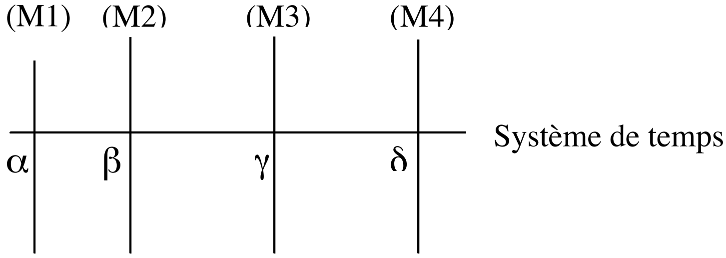
Cette propriété de transitivité est la seule qualifiée mathématiquement par Whitehead. C'est une propriété très importante de la théorie des relations, c'est grâce à elle que l'on peut créer des suites.
Cette propriété, avec la propriété (1), fait de *K* une relation antisymétrique (il est impossible d'avoir à la fois aKb et bKa), car comme le dit Whitehead, si l'on avait *aKb* et *bKa* alors on aurait par transitivité *aKa*, ce qui contredit (1).
Par conséquent, la relation d'extension est antiréflexive, antisymétrique et transitive, c'est donc un ordre strict, comme la relation *inférieur*.
(5) Si l'événement *a* est une extension de l'événement *c*, alors il existe des événements *b* s'intercalant entre eux, c'est-à-dire tels que *a* est une extension de *b* et *b* est une extension de *c* (si *aKc*, il existe b, *aKb* et *bKc*).
Cette propriété dit que la classe des événements est *dense* pour la relation d'extension.
(6) Pour deux événements *a* et *b*, il y a des événements *e* tels que *eKa* et *eKb*.
Cette propriété dit que la classe des événements est *dirigée* pour la relation extension, c'est-à-dire que si deux événements quelconques ne sont pas liés par la relation d'extension, alors ce sont deux parties d'un tierce événement.
La relation d'extension organise donc la classe des événements en un réseau connexe, un ordre strict dense (v), dirigé (vi) et non borné inférieurement ni supérieurement (ii). Ces trois dernières propriétés décrivent, selon Whitehead, les propriétés de l'*Ether*. Cet ordre n'est pas *a priori* linéaire. Dans le cas linéaire, la propriété (6) est immédiatement acquise. Remarquons que l'ensemble des entiers rationnels Q muni de l'ordre *inférieur* peut convenir pour un éther (linéaire), c'est-à-dire que, une fois acquise les autres propriétés de non bornitude et de direction, ce n'est donc pas la continuité au sens mathématique qui est requise pour être l'éther mais uniquement la densité.
Si l'on s'en tient à ces seules propriétés mathématiques relationnelles, on peut prendre comme modèle géométrique d'événements satisfaisant ces six propriétés : des entités "continus" comme dans l'espace des cubes ou des sphères, dans le plan des plans ou des disques, dans la droite des intervalles. Mais rien n'empêche aussi de prendre des entités plus complexes comme des suites de telles entités disjointes deux à deux.

C'est l'organisation de la classe des événements en suites imbriquées sans bornes inférieures qui construit les concepts spatiaux et temporels.

3.2 La construction de l'instant

Une durée peut être interprêtée comme une sorte d'épaisseur concrète de nature, limitée par la simultanéité. C'est un type d'événements particulier car elle possède une dimension illimitée. Une durée concerne un ensemble infini d'événements. Elle est d'une part illimitée dans sa dimension spatiale et limitée dans sa dimension temporelle. La classe des durées est stable pour la relation d'extension : seule une durée est l'extension d'une autre durée. En organisant les durées en séquences emboîtées les unes dans les autres et de plus en plus petites, on définit la classe des moments, celles des durées sans épaisseur, mais toujours infinies dans la dimension spatiale, et qui géométriquement se représentent par des droites. Ces moments sont organisées en classes contenant tous les moments parallèles entre eux. Chaque classe forme un *système de temps* qui possède une structure d'ordre linéaire dense.
Deux moments distincts délimitent une unique durée. Les instants sont les traces des moments sur une ligne orthogonale aux durées. Ainsi « un moment peut être conçu comme une idéalisation de toute la nature à un instant. » (PNK, p. 112, §33.3). Un système de temps décrit le passage de la nature. Le moment, plutôt que l'instant, est le véritable objet temporel. Le moment n'est pas réductible à la notion de nombre, mais l'instant l'est.

Un moment est donc à la fois la limite idéale de toutes les durées qui le contiennent et le lieu de rencontre de toutes les durées qui y commencent ou qui y finissent.
Exemple :



Ainsi, les droites (M1), (M2), (M3) et (M4) sont des représentations géométriques de 4 durées d'un même système de temps. Les points d'intersection α, β, γ et δ sont des instants de ce système de temps. Toute région comprise entre deux moments est une durée. On a donc représenté 6 durées : ((M1)(M2)), ((M1),(M3)), ((M1)(M4)), ((M2)(M3)), ((M2),(M4)), ((M3)(M4)) correspondant aux périodes (α, β), (α,γ), (α,δ), (β,γ), (β,δ), (γ,δ).

3.3 La notion de continu

Il convient maintenant de revenir sur le terme ambigu de *continu*. Whitehead lui-même, dans PNK, l'utilise dans des sens différents. Une première fois, implicitement, en parlant de l'éther (PNK, p.102, §27.2) qui est le « continuum » par excellence. Dans cette section, il compare l'éther avec la structure des événements munie de la relation d'extension, grâce aux propriétés (2,5,6). Ainsi, c'est la densité qui assure la continuité. Une deuxième fois, la continuité provient de la relation de *jonction* (PNK, p. 102, §29) entre deux événements, qui recouvrent les deux relations d'intersection et d'adjacence ou contiguité. Une troisième fois, Whitehead utilise le terme de « continuité du type de Cantor-Dedekind » (PNK, p. 115 §34.3), c'est-à-dire la continuité topologique au sens de complétude. Il s'agit d'une propriété des systèmes de temps qui ne nous apparaît pas utile. En effet, la seule propriété exigée par le raisonnement de Whitehead, dans ses applications systématiques de sa méthode d'abstraction extensive est la possibilité de division à l'infini, c'est-à-dire la propriété de densité. La continuité non typée est donc une continuité naturelle, c'est-à-dire celle de passage possible entre deux objets désignés et de même espèce, sans nécessité d'un pont entre eux constitué par un objet de même nature que les deux précédents. Aucun ensemble de nombres ne réalise cette continuité là !

4. S-langages formels et moments

Un langage formel est un ensemble de séquences finies d'éléments. Une séquence est appelée mot[8] et un élément une lettre. La lecture d'un mot, que nous faisons de gauche à droite, simule le passage du temps, chaque lettre qui précède une autre pouvant être considérée comme ayant été réalisée antérieurement à cette dernière. Entre deux lettres peut s'écouler une durée quelconque, représentée par un silence. Ainsi, les langages formels sont idoines pour représenter de la relation de précédence. En revanche, ils ne permettent pas d'exprimer simplement la simultanéité. C'est la raison d'être des S-langages (formels). En effet, un S-langage est un ensemble de séquences de parties non vide de lettres. Les séquences sont les S-mots, les parties sont les S-lettres. Un S-langage est donc un langage dont les letrres

[8] Un mot (formel) n'est rien d'autre qu'une séquence d'éléments, la lecture d'un mot se fait par épellation de chacun de ses éléments (lettres), dans l'ordre du séquencement, sans rythme particulier a priori.

sont des éléments complexes. Il est alors possible d'exprimer la simultanéité en utilisant des S-lettres comprenant plusieurs lettres.

Vouloir situer dans le temps des entités (procès ou objets), c'est associer à chacun d'eux une trace temporelle constituée soit d'un point (si l'entité est considérée comme ponctuel) soit un intervalle (si l'entité est considérée comme duratif) soit une séquence de points et/ou de durées disjoints (si l'entité est considérée comme répétitive).

Ayant ainsi remarqué que situer temporellement des entités les unes par rapport aux autres revient *in fine* à travailler sur des bornes étiquetées (pour identifier les entités représentées), c'est-à-dire conceptuellement sur des chaînes de points, à l'aide des deux seules relations de simultanéité et de précédence. La simultanéité est une relation d'équivalence, classifiante, la précédence est une relation d'ordre strict. Le modèle mathématique qui synthétise à la fois précédence et simultanéité est celui des préordres linéaires. Plus précisément, l'ensemble de toutes les situations possibles entre n chaînes de points est en correspondance naturelle avec l'ensemble de tous les préordres linéaires constructibles en préservant ces n chaînes. Les préordres s'expriment simplement en termes de S-langages[9].

Ainsi, nous affectons une identité à chaque entité. Ces identités définissent les lettres d'un alphabet. La trace temporelle d'une entité d'identité p correspond donc à une séquence finie de p[10]. Chaque partie non vide, appelée S-lettre, correspond à un instant au sens de Whitehead, comme point de simultanéité de toutes les entités s'exprimant ponctuellement, ou commençant une période ou finissant une période à ce moment-là. L'ensemble des S-lettres est appelé un S-alphabet. Une séquence de S-lettres est appelée S-mot[11]. Tous les S-mots ne constituent pas une image d'un positionnement temporel relatif des entités considérées. En effet, une condition nécessaire pour qu'un S-mot constitue une telle image est qu'il contienne pour chaque entité, exactement le même nombre d'occurrences de son identité qu'il y en a dans la représentation de sa trace temporelle. Cette condition est également suffisante. Ainsi, pour deux entités ponctuelles, d'identités p et q, le S-langage correspondant aux images temporelles est $L(p,q)= \{ p, q, (p,q) \}$. Si ces deux entités sont duratives, le S-langage correspondant est $L(pp',qq')=\{pp'qq', p(p',q)q', pqp'q', (p,q)p'q', pq(p',q'), (p,q)(p',q'), qpp'q', pqq'p', qp(p',q'), (p,q)q'p', qpq'p', q(p,q')p', qq'pp'\}$. Si p est ponctuelle et q durative, le S-langage correspondant est $L(p,qq')=\{pqq', (p,q)q', qpq', q(p,q'), qq'p\}$. Par exemple, dans le dernier cas, le S-mot $q(p,q')$ représente un système temporel dont on a distingué deux moments particuliers, le premier moment contient le début de l'extension temporelle de l'entité d'identité q, le second moment contient la fin de l'extension temporelle de l'identité q et l'extension temporelle de l'identité p.

Ainsi notre modèle ne manipule ni les entités elles-mêmes ni le temps. Mais, à partir d'un intermédiaire, qui est une représentation sous forme de mots de l'extension temporelle des entités considérées, on construit une image linéaire du temps sous la forme d'un S-mot. Chaque S-lettre représente un instant auquel on associe quelques faits particuliers, correspondant aux entités considérées. C'est un extrait très limité et grossier du moment de la nature correspondant à cet instant. C'est aussi tout ce que notre perception naturelle permet de faire repérer quelques instants rendus particuliers par l'émergence d'entités remarquables.

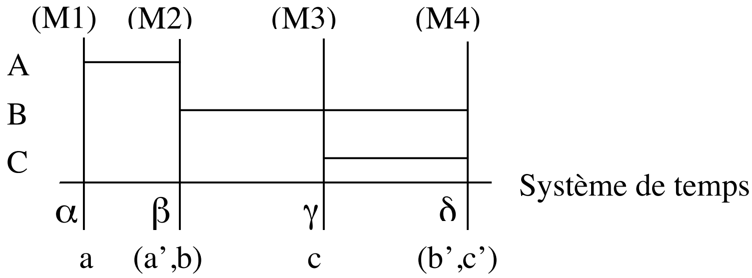
---

[9] Sylviane R. Schwer, S-arrangements avec répétitions, *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, Série I 334 (2002) P. 261-266.

[10] Lette que l'on s'autorise à décorer, pour différencier les bornes d'intervalles des bornes ponctuelles. Nous primons les bornes terminales des intervalles. Ainsi, pour une entité d'identité p, *pp* représente la succession de deux points, *pp'* un intervalle ; *ppp* la succession de trois points, *pp'p* la succession d'un intervalle et d'un point, *ppp'* la succession d'un point et d'un intervalle.

[11] On s'autorise à confondre les parties ne contenant qu'une seule lettre avec cette lettre. Ainsi nous écrirons *pq* pour exprimer le fait que l'entité d'identité *p* précède l'entité d'identité *q*, et *(p,q)* pour exprimer le fait que les deux entités sont simultanées.

Entre ces instants, ce sont des durées que sans moyen de repérage ni d'instruments de mesure, il est impossible de quantifier. Il n'est donc pas utile de les représenter autrement que par les instants qui les bornes, les instants étant positionnés linéairement les uns par rapport aux autres, les distances entre les deux n'ayant pas de signification, il n'est pas utile de les représenter. Entre deux S-lettres consécutives, est représentée une certaine durée. Géométriquement, on peut représenter le S-mot a(a',b)c(b',c'), décrivant la situation temporelle des trois entités A, B, C dont les extensions temporelles sont respectivement aa', bb' et cc' par la figure suivante , reprise de la figure précédente.



Un S-mot représente ainsi une restriction à quelques entités de la nature, restriction qui ne retient que les situations temporelles relatives de ces entités au sein d'un système de temps. Ce modèle permet donc aux linguistes d'avoir à disposition à la fois une représentation continue et discrète du temps. Discrète par le nombre d'instants mis en lumière, continue par l'articulation qu'opère ces instants entre les durées qu'ils délimitent et à l'intérieur desquelles il est toujours possible d'insérer de nouveaux instants privilégiés.

5. Conclusion

Nous avons mis en correspondance le modèle du temps construit de Whitehead avec le modèle des S-langages. Derrière la construction temporelle de Whitehead, se dessine la droite géométrique et l'ensemble des nombres réels, que nous évoque naturellement la propriété de continuité de type Cantor-Dedekind. Le modèle des S-langages suggère une autre théorie. En effet, outre l'opération d'insertion de S-lettres entre deux S-lettres, la théorie des langages formels nous permet également de substituer un S-mot à une lettre, autorisant ainsi un effet de zoom ou changement d'échelle. En effet, compte tenu de la grossièreté de nos moyens de perception, ce n'est pas un véritable instant, limite idéale d'une série de durées emboîtées que l'on capte, mais la série tronquée au-delà d'un seuil de perception, qui peut être raffinée. Ainsi, un instant *grossier* peut-il être raffiné par une suite finie d'instants. Il suffit par exemple de ne plus considérer une entité comme simple mais complexe. Par exemple *aller au marché* peut se décomposer en : *mettre ses chaussures, prendre son panier, sortir de chez soi* … Itérer les deux opérations d'insertion et de substitution suggère plutôt une structure fractale, qui nous fait penser non plus en termes d'analyse classique, mais en termes de l'analyse non standard, introduite par Robinson en 1961[12], afin de traiter de façon cohérente la notion des infiniment petits et infiniment grands, comme le faisait Leibniz. Doit-on rappeler que le travail sur l'espace et le temps de Whitehead s'inscrit dans la filiation leibnizienne ?

[12] Soit exactement cent ans après la naissance de Whitehead(1861-1947). Les nombres réels présentés ici sont des nombres standard. Un infiniment petit positif au sens non standard est un nombre positif plus petit que tous les nombres réels positifs. Si l'on prend un nombre réel très très petit, comme $10^{-999999999}$,multiplié par $10^{+99999999999999}$,cela donne un nombre assez grand. Mais multiplier un infiniment petit non standard par n'importe quel réel standard donne toujours un infiniment petit non standard.