Université Paris 13
Institut Galilée

INFO2 - MI1
Année 2011-2012

Devoir de vacances de Programmation Linéaire

À faire pour le 03 Janvier 2012

À rendre au secrétariat avant 11h

Soit le programme linéaire :

$$(P)\left\{\begin{array}{llcllll}
\max & 6x_1 & + & 4x_2 & & & \\
\text{s.c} & 4x_1 & + & 5x_2 & \leq & 15 & (1) \\
 & \frac{1}{2}x_1 & + & x_2 & \geq & 1 & (2) \\
 & 4x_1 & + & x_2 & \leq & 12 & (3) \\
 & 2x_1 & + & x_2 & \geq & 2 & (4) \\
 & x_1 & , & x_2 & \geq & 0 &
\end{array}\right.$$

Les exercices se rapportent tous au programme linéaire (P). Néanmoins ils sont indépendants et peuvent être traités dans n'importe quel ordre.

Exercice 1 Forme canonique, forme standard et dual *(2 points)*

1. Mettre le programme linéaire sous forme canonique.
2. Mettre le programme linéaire sous forme standard.
3. Donner le dual (D) du programme linéaire (P).

Exercice 2 Résolution graphique *(3 points)*

Faire la résolution graphique du programme linéaire (P) pour déterminer sa solution optimale et sa valeur $v(P)$.

Exercice 3 Solutions de base et algorithme primal du simplexe sous forme tableau *(8 points)*

Soient x_3, x_4, x_5 et x_6 les variables d'écart associées aux contraintes (1), (2), (3) et (4).

1. Expliciter la solution de base $\tilde{x}$ définie par $\tilde{x}_1 = 0$ et $\tilde{x}_2 = 1$ (*i.e.* donner les valeurs de $\bar{x}_3$, $\bar{x}_4$, $\bar{x}_5$ et $\bar{x}_6$). À quelle base cette solution correspond-t-elle ?
2. $\tilde{x}$ est-elle une solution de base réalisable ?
3. $\tilde{x}$ est-elle une solution de base optimale ?
4. Expliciter la solution de base $\bar{x}$ définie par $\bar{x}_1 = 2$ et $\bar{x}_2 = 0$ (*i.e.* donner les valeurs de $\bar{x}_3$, $\bar{x}_4$, $\bar{x}_5$ et $\bar{x}_6$). À quelle base cette solution correspond-t-elle ?
5. $\bar{x}$ est-elle une solution de base réalisable ?
6. $\bar{x}$ est-elle une solution de base optimale ?

7. Donner une représentation du programme linéaire sous forme tableau associée à l'une des bases précédentes.

8. Trouver la solution de base optimale. Pour ce faire, appliquer l'algorithme primal du simplexe en utilisant la forme tableau à partir de la base de la question précédente. Choix de la variable entrante : candidate de plus grand coût réduit.

<u>Exercice 4</u> **Forme révisée de l'algorithme primal du simplexe** *(3 points)*

Appliquer l'algorithme du simplexe sous forme révisée pour résoudre le programme linéaire (P). Soient x_3, x_4, x_5 et x_6 les variables d'écart associées aux contraintes (1), (2), (3) et (4). Utiliser $B = \{x_1, x_3, x_5, x_6\}$ comme base réalisable de départ.

<u>Exercice 5</u> **Phase 1 de l'algorithme primal du simplexe** *(4 points)*

Appliquer l'algorithme primal du simplexe pour résoudre le programme linéaire (P) en utilisant un programme linéaire auxilliaire (P_0) (phase 1 du simplexe).

<u>Exercice 6</u> **Algorithme dual du simplexe** *(Bonus : 3 points)*

Si c'est possible, appliquer l'algorithme dual du simplexe pour résoudre le programme linéaire (P).