

Abstract

L'étude des automates cellulaires pouvant se reconfigurer avec le temps amène à l'idée intéressante que par de simples changements de voisinages, les automates cellulaires pourraient augmenter leur puissance de calcul. Deux types de modèles différents sont étudiés, et l'un des modèles donne des résultats très intéressants où il est prouvé que ce modèle est intrinsèquement plus rapide que les automates cellulaires d'origine.

1 Conditions du stage

Le stage que j'ai effectué s'est déroulé en deux parties. Pendant dix jours d'abord, j'ai été à *l'Institut de Sciences Mathématiques* sous la tutelle de Meena Mahajan, puis j'ai finalement rejoint ma directrice de stage, le docteur Kamala Krithivasan, à *l'Institut Indien de Technologie* de Madras.

Mon laboratoire d'accueil a été le laboratoire d'Intelligence Artificielle, dont les domaines d'activité vont de la programmation en LISP à de l'algorithmique de graphe, en passant par l'étude des langages formels et la théorie des automates.

L'accueil a été chaleureux, et mes premiers pas dans mon travail ont été très vite guidé vers ce qui fait le sujet de mon stage. J'ai eu à ma disposition beaucoup d'articles, et on m'a donné de nombreuses idées pour orienter ma recherche.

Le résultat de mon stage a été la production d'un *rapport technique* en anglais, qui contient l'essentiel de ma recherche, et dont le contenu est tenu à la disposition du jury¹.

2 Orientation de la recherche

La direction initiale de ma recherche fût de lire moult articles concernant les domaines suivants :

- Systèmes systoliques
- Systèmes tolérants aux erreurs
- Graphes cellulaires
- Automates cellulaires variables

Le résultat de ma recherche est à cheval sur plusieurs de ces domaines, dans la recherche de nouveaux modèles d'automates cellulaires.

¹Ce rapport de stage se veut le moins technique possible ; tous les détails précis, ainsi qu'une bibliographie complète, peuvent être trouvés dans le rapport technique.

3 Définitions

Un automate cellulaire est un modèle très simple de processeur SIMD fonctionnant de manière totalement synchrone. Les applications concrètes des automates cellulaires couvrent aussi bien la simulation de systèmes biologiques, de milieux particuliers discrets, et du traitement d'image réelle. Formellement, c'est un automate qui prend en entrée l'état de certains de ses voisins, et grâce à une table de transition, détermine son état pour l'itération suivante.

Une automate cellulaire variable est un modèle qui dérive de l'automate cellulaire. On pourvoit un automate cellulaire de plusieurs tables de transitions, et la table utilisée dépend du temps : c'est un *oracle* qui donne le numéro de la fonction à appliquer.

De ces deux définitions, j'ai dérivé les deux modèles suivants. Les résultats obtenus en les comparant aux premiers modèles constituent l'essentiel de mon travail.

Un automate cellulaire à voisinage variable est un automate cellulaire pourvu de différents voisinages, celui à utiliser étant déterminé par l'oracle. Ce modèle est le pendant de l'automate cellulaire variable.

Une automate cellulaire dynamiquement reconfigurable est un automate où non seulement l'état, mais également l'ensemble des "voisins" est déterminé par une table de transitions. Comme ces automates agissent de manière distribuée, les voisins sont choisis parmi les cellules connues à une indirection au plus ; donc les voisins des voisins.

4 Principaux résultats théorique

Théoreme 1 *Les automates cellulaires à voisinage variable sont strictement équivalents aux automates cellulaires variables.*

Ce théoreme répond donc par la négative au problème de savoir si le fait de pouvoir changer de voisinage de manière externe rajoutait de la puissance à un automate déjà pourvu de contrôle externe. Ce théoreme négatif permet toutefois de donner une application (à savoir, dans certains cas, la diminution de la complexité d'un automate par décomposition), mais permet également d'affirmer que ce modèle n'apporte rien de plus à l'étude des automates cellulaires.

Théoreme 2 *Il existe des langages qui ne peuvent être reconnus qu'en temps linéaire par des automates cellulaires, et qui peuvent l'être en temps logarithmique par des automates cellulaires dynamiquement reconfigurables.*

Ce deuxième théoreme apporte donc un modèle nouveau et plus puissant que le modèle standard ; et toutefois conforme à l'esprit qui a amené la définition des automates cellulaires.

La classe des langages qui peuvent être reconnus en temps logarithmique est démontrée contenir au moins les ensembles finis de mots, certains motifs simples, et également tous les motifs composés de façon *fractale*, c'est à dire par répétition d'un petit ensemble de règles de production. Ceci s'appliquant également à des motifs bidimensionnels, il y a donc là de nombreuses applications possible en imagerie.

Théoreme 3 *Il est possible d'enchaîner plusieurs calculs par des automates cellulaires dynamiquement reconfigurables avec un temps de resynchronisation logarithmique.*

Ceci se veut être le pendant d'un théoreme bien connu dans le cadre de l'étude des automates cellulaires, le théoreme dit "des fusilliers". Ce théoreme stipule qu'une ligne d'automate cellulaires ne peut être synchronisé qu'en temps linéaire. Ce théoreme est donc analogue mais dispose de conditions légèrement différentes. Toutefois, cela sert à enchaîner plusieurs calculs suffisamment bien. Un exemple d'application est d'ailleurs donné.

5 Problemes ouverts

Un des nombreux intérêts de ce stage est que le sujet de recherche abordé m'a permis de soulever de nombreux problemes ouverts, que je n'ai pas pu résoudre.

L'un des plus intéressants à mon sens est le probleme de savoir si tous les calculs peuvent être accélérés. Dans le cas d'une réponse négative, il est également bon de savoir quel est la classe des langages qui peuvent être accélérés.

D'autres problemes restent ouverts : est-il par exemple possible d'inclure une structure de graphe dans le codage des automates ? Est-il aussi possible de donner une définition équivalente mais gardant une communication à double sens ?

De nombreux problemes permettent d'espérer que ce rapport peut donner lieu à une suite.

6 Conditions de travail

Les conditions de travail que j'ai trouvé là-bas ont été pénibles, mais ceci est plus dû à l'Inde qu'au laboratoire en particulier. Par exemple, je me suis découvert une aversion profonde pour la bouillie de légume avec des fruits de banyan, qui constituent une bonne partie des repas. J'ai eu également quelques mauvaises surprises quant à l'anglais utilisé ; qui ne ressemble en rien à celui qui m'a été appris.

Les conditions dans le laboratoire lui-même étaient au mieux ; j'avais un statut de professeur invité, et à ce titre accès à toutes les ressources du Département.

7 Remerciements

Je tiens à remercier Meena, pour la patience et la gentillesse dont elle à fait preuve au tout début de mon stage ; Kamala, pour l'oreille attentive qu'elle a su porter à l'avancement de mes travaux. Je voudrais aussi remercier Paul et Laurent, qui m'ont soutenu tout au long de mon stage, surtout dans les pires moments. Je tiens aussi à remercier D. E. Knuth et Leslie Lamporte d'avoir pu inventer $\text{T}_\text{E}\text{X}$ et $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_\text{E}\text{X}$, sans quoi je ne pourrais pas présenter ce rapport².

Je tiens à ne pas remercier IBM, qui a rendu possible le fait d'avoir à utiliser quatre ordinateurs différents pour écrire, compiler, voir et imprimer un même texte. La même remarque s'adressera aux cafards, aux moustiques et aux oiseaux qui m'ont beaucoup empêché de dormir. Et une pensée émue pour le cuisinier, qui ne sait vraiment pas ce qu'il manque en ne vivant pas en France.

²C'est bateau, mais toutes les figures ont été faites sans l'aide de $\text{X}_{\text{F}}\text{I}\text{G}$.