

Circuits intégrés, logique et calcul

M. Dubacq

S1D 2009

1 Table de vérité

Objectif : Comprendre la formulation d'un problème logique, écrire une table de vérité.

- S'il ne fait pas beau et que mes copains sont disponibles, je vais au restaurant ;
 - Si mes copains ne sont pas disponibles, je ne vais pas au restaurant.
 - S'il fait beau, je vais au parc.
 - (a) Je ne fais qu'une seule activité par jour. (b) Je fais une (et une seule) activité par jour
1. Quelles sont les entrées de ce problème ?
 2. Quelles sont les sorties de ce problème ?
 3. Établir la table de vérité donnée par ce problème. Discuter selon qu'on utilise la formulation a ou b.

2 Démontrer les égalités suivantes

Objectif : Savoir manipuler les équations booléennes.

1. $a + ab = a$;
2. $a + bc = (a + b)(a + c)$;
3. $a + \bar{a}b = a + b$;

3 Simplification

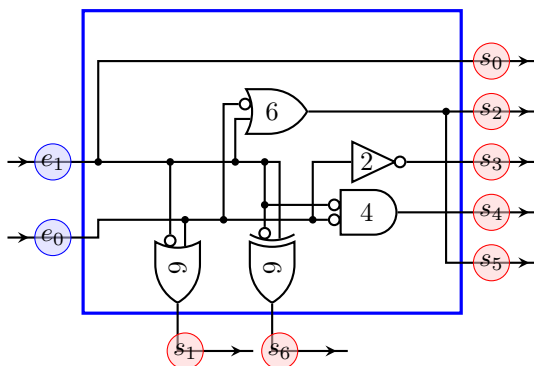
Objectif : Savoir manipuler les équations booléennes, savoir simplifier.

Simplifiez les expressions suivantes :

1. $abc + \bar{a}bc + \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}\bar{b}\bar{c}$;
2. $ac + dc + \bar{d}c + \bar{b}a\bar{d}c + \bar{b}ad$;
3. $abc + \bar{c}.b + \bar{a}\bar{b}$.

4 Interprétation de circuit

Objectif : Connaître les portes élémentaires, savoir établir des équations booléennes, connaître les indicateurs de performance simples d'un circuit, comprendre la nature logarithmique de la mesure en bits.



1. Identifiez les entrées et les sorties de ce circuit.
2. Établissez la formule booléenne de chaque sortie en fonction des entrées. Simplifiez si possible.
3. Faites la table de vérité correspondante. Utilisez la pour la question suivante.
4. Ce circuit est en fait destiné à être connecté (en sortie) à des diodes électro-luminescentes numérotées comme montré en dessous. Quels sont les dessins obtenus pour les différentes valeurs d'entrées ?
5. Quels sont les caractéristiques simples de mesure de performance de ce circuit ? Le numéro inscrit au centre des portes est le nombre de transistors nécessaires pour la réalisation de ces portes.
6. Vu les dessins formés, si on voulait faire un afficheur qui couvre toute la base 10, combien d'entrées faudrait-il à ce circuit ? Combien de sorties ? Faites le schéma-bloc de l'afficheur amélioré.



Les plus rapides pourront tenter de synthétiser le circuit amélioré complet.

5 Table de vérité

Objectif : Comprendre la formulation d'un problème logique, écrire une table de vérité, passer d'une table de vérité à un système d'équations, passer d'un système d'équations à une représentation graphique.

On veut définir une opération \otimes qui correspond à l'opération suivante, sur 3 bits :

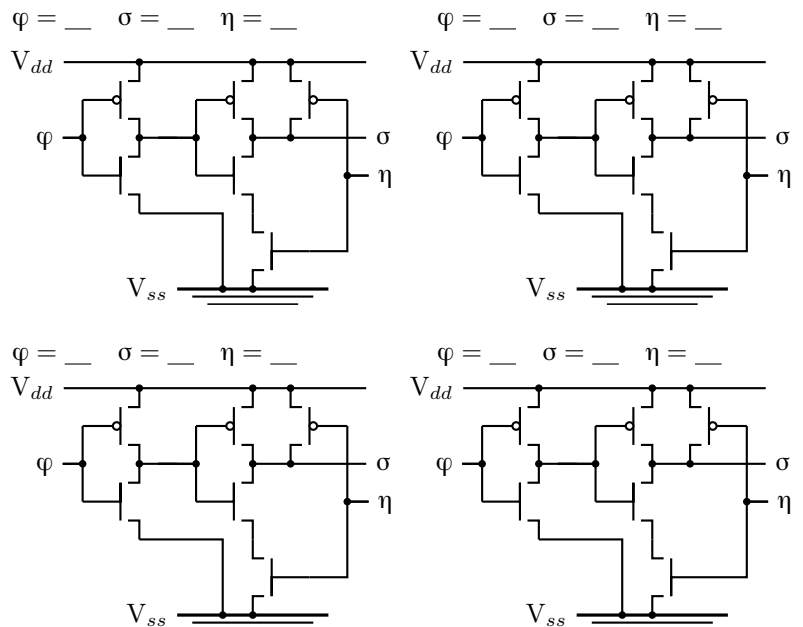
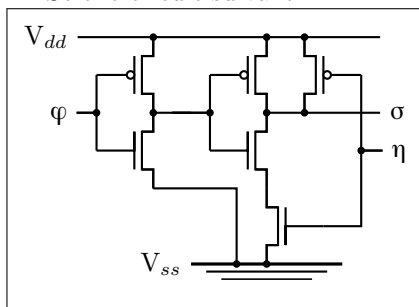
- Si A et B sont vrais, alors la sortie vaut \overline{C} ;
- Si A et C sont vrais, alors la sortie vaut \overline{B} ;
- Si B et C sont vrais, alors la sortie vaut \overline{A} ;
- Si A et B et C sont faux, alors la sortie vaut faux aussi ;
- Dans tous les autres cas, la sortie vaut faux.

1. Faire un schéma-bloc de la fonction.
2. Établir la table de vérité de la fonction.
3. Donner une autre définition de cette fonction.
4. En utilisant la méthode systématique de synthèse de circuits, établissez des équations booléennes.
5. Concluez par une représentation graphique du circuit.

6 Technologie CMOS

Objectif : Savoir traduire en logique booléenne un circuit CMOS.

Soit le circuit suivant :



Ce circuit a été reproduit ci-contre en plusieurs exemplaires afin que vous puissiez faire des essais, avec les transistors tous en position ouverte. Les entrées/sorties sont ϕ phi, σ sigma et η eta. V_{dd} est la tension haute (1) et V_{ss} est la tension basse, comme usuellement.

1. Rappelez le fonctionnement d'une porte PMOS ou NMOS.
2. Identifiez les entrées et les sorties de ce circuit CMOS.
3. En vous aidant des dessins à côté, représentez en fonction des valeurs d'entrée les transistors dans l'état passant ou isolant. Déduisez-en les valeurs de sortie.
4. Faites une table de vérité pour ce circuit CMOS. Déduisez-en l'équation booléenne liant l'entrée à la sortie.
5. Faites le schéma du circuit avec les symboles conventionnels.

7 Synthèse de circuits

Objectif : Passer d'une table de vérité à un système d'équations, connaître les circuits composés classiques, passer d'un système d'équations à une représentation graphique.

1. Écrivez le schéma-bloc et la table de vérité réduite d'un multiplexeur 4:1.
2. Transformez cette table en équation booléenne, puis en circuit.
3. Est-il possible de faire un circuit qui a un fan-in de 2 au maximum ?
4. Faites le schéma bloc d'un multiplexeur 2:1 et d'un démultiplexeur 1:2.
5. On connecte les deux précédents circuits en faisant $O = E$, et $S_{DMX} = \overline{S_{MUX}}$. Quel est l'effet de ce circuit combiné ?
6. Une série de 16 bits arrive, et on voudrait pouvoir sélectionner selon les cas les bits (0,4,8,12), les bits (1,5,9,13), les bits (2,6,10,14), ou encore les bits (3,7,11,15). Quel circuit classique utiliser ? Faites un schéma-bloc avant.

8 Dock de station spatiale

Objectif : *Comprendre la formulation d'un problème logique, connaître les circuits composés classiques, passer d'un système d'équations à une représentation graphique, synthèse intuitive de circuits.*

Dans la station spatiale DS7 du quadrant α , la piste d'atterrissage comporte trois entrées différentes (numérotées 0, 1 et 2) mais la fin de la piste (avant le hangar à vaisseaux) est trop étroite, et donc seule une porte d'entrée à la fois doit être ouverte. Le commandant Jacques T. Klize doit fabriquer lui même les plans du circuit de contrôle des portes d'entrée. Comme il est assiégé par une flotte klingon, et que DS7 est très loin de toute ressource de la Fédération, il a à sa disposition :

- trois portes commandées par un fil (0 : porte fermée, 1 : porte ouverte).
- trois détecteurs d'approche pour permettre de savoir si un vaisseau veut rentrer ou pas (0 : pas de vaisseau, 1 : un vaisseau demande à entrer).
- trois détecteurs de présence pour savoir si un vaisseau est déjà dans le couloir correspondant ou pas (0 : pas de vaisseau, 1 : un vaisseau présent).
- trois portes OR à deux entrées et un codeur à priorité 8:3, un décodeur 3:8.
- quelques centaines de mètres de fil.

Le système doit ouvrir une porte si et seulement si

- un vaisseau est en approche, qu'il n'y a pas de vaisseau en approche dans une voie avec un numéro plus élevé, et qu'il n'y a pas de vaisseau dans un des autres couloirs, **ou**
- s'il y a un vaisseau dans son couloir.

1. Écrire les équations booléennes correspondant au problème. On peut se passer de table de vérité.
2. En regardant d'abord sur un CoPr 4:2 relié en sortie à un DEC 2:4, donnez les équations booléennes des sorties s_0, \dots, s_7 d'un CoPr 8:3 relié en sortie à un DEC 3:8 en fonction des entrées i_0, \dots, i_7 (on supposera qu'il n'y a pas d'entrées invalides).
3. Faire le circuit avec le matériel disponible (on pourra utiliser une entrée constante égale à 1 et une entrée constante égale à 0).

9 Conception d'une ALU 4 bits/4 opérations

Objectif : *Connaître les circuits composés classiques, passer d'un système d'équations à une représentation graphique, synthèse intuitive de circuits.*

Le but de cet exercice est de faire un circuit qui prend deux nombres de 4 bits en entrée, et donne un nombre de 4 bits en sortie. Cette sortie peut avoir 4 valeurs possibles selon un sélecteur S :

- $R = A + B$ (en cas de dépassement, $A + B$ est coupé à ses 4 bits de poids faible) ;
- $R = A - B$ (Si $A < B$, on obtient en fait $4 + A - B$) ;
- $R = A \text{ and } B$.
- $R = A \text{ or } B$.

Ce genre de circuit s'appelle une unité arithmétique et logique (ALU en anglais). Ils traitent le plus souvent des données plus grosses (32 à 128 bits pour chaque entrée) et des opérations plus nombreuses.

1. Faites le schéma-bloc de ce circuit.
2. Comment faire un circuit qui fait uniquement la partie OR ? Et la partie AND ? Schéma-bloc, dessin.
3. Concentrez-vous sur l'additionneur 4 bits. Comment le fabriquer à l'aide de circuits classiques ?
4. Pour faire une soustraction, une astuce bien connue est qu'il suffit de faire $R = A + \bar{B} + 1$. Faites l'essai en calculant $7 - 3$ et $15 - 8$.
5. En se servant de cette astuce, faites un circuit qui est capable de faire une soustraction sur 4 bits.
6. Pour les plus rapides : combinez les deux circuits précédents en un seul (0) déclenchera une addition, 1 déclenchera une soustraction.
7. Combinez vos quatre circuits précédents pour fabriquer votre ALU.

10 Circuits combinatoires et séquentiels

Objectif : *Comprendre les facteurs temporels dans les circuits intégrés.*

1. Quelle est l'équation qui lie entre eux les temps de propagation, de relaxation et de charge ?
2. Quelle est la différence fondamentale entre un circuit séquentiel et un circuit combinatoire ?
3. Plutôt que de donner un temps de relaxation pour chaque circuit, les fabricants préfèrent donner une estimation de ce temps. Est-ce qu'ils donnent une valeur moyenne, la pire valeur possible, ou la plus petite valeur possible (la plus rapide) ?

