

# Calculs de processus

## TD5

**Exercice 1.** Soient  $M, M', M''$  les processus définis aux exercices 1 et 2 du TD4. Établir lesquels sont bisimilaires et lesquels ne le sont pas.

**Exercice 2.** Soient

$$\begin{array}{ll}
 A \stackrel{\text{rec}}{=} a.\bar{c}.A & C_0 \stackrel{\text{rec}}{=} a.C_2 + \bar{b}.C_1 \\
 B \stackrel{\text{rec}}{=} c.\bar{b}.B & C_1 \stackrel{\text{rec}}{=} a.C_3 \\
 P := \nu c(A \mid B) & C_2 \stackrel{\text{rec}}{=} \bar{b}.C_3 \\
 & C_3 \stackrel{\text{rec}}{=} \tau.C_0
 \end{array}$$

Montrer que  $P \approx C_1$  (c'est-à-dire, que  $P$  et  $C_1$  sont bisimilaires).

**Exercice 3.** Montrer que

1.  $a.a \approx a \mid a$ ;
2.  $a \mid \bar{a} \approx a.\bar{a} + \bar{a}.a + \tau$  (remarque : il s'agit de  $P$  et  $Q$  de l'exercice 5 du TD4);
3.  $\nu a(a.P \mid \bar{a}.Q) \approx \tau.\nu a(P \mid Q)$ ;
4. si  $P \stackrel{\text{rec}}{=} \tau.P + \tau.Q$ , alors  $P \approx Q$ .

**Exercice 4.** Considerons les deux solutions de l'exercice 4 du TD4, c'est-à-dire les deux implémentations du sémaphore de capacité  $k$  en CCS. L'implémentation séquentielle est  $S_k^{\text{seq}} := S_k$ , où

$$\begin{array}{ll}
 S_k \stackrel{\text{rec}}{=} \text{dec}.S_{k-1} & \\
 S_i \stackrel{\text{rec}}{=} \text{dec}.S_{k-1} + \text{inc}.S_{k+1} & \text{pour } 0 < i < k \\
 S_0 \stackrel{\text{rec}}{=} \text{inc}.S_1 &
 \end{array}$$

Pour l'implémentation parallèle, on utilise  $n$  verrous (qui sont des sémaphores de capacité 1) en parallèle :

$$\begin{array}{l}
 V \stackrel{\text{rec}}{=} \text{dec.inc}.V \\
 S_k^{\parallel} := \underbrace{V \mid \cdots \mid V}_k
 \end{array}$$

Montrer que  $S_k^{\text{seq}} \approx S_k^{\parallel}$  pour tout  $k \in \mathbb{N}$ .

**Exercice 5.** Soient

$$K_1 \stackrel{\text{rec}}{=} a.(b.K_1 \mid c),$$

$$K_2 \stackrel{\text{rec}}{=} \bar{a}.K_2,$$

$$H_1 \stackrel{\text{rec}}{=} a.b.H_1,$$

$$H_2 \stackrel{\text{rec}}{=} \bar{a}.c.H_2,$$

$$H \stackrel{\text{rec}}{=} b.c.H + c.b.H.$$

Montrer que

1.  $\nu a(K_1 \mid K_2) \not\approx \nu a(H_1 \mid H_2)$ ;
2.  $\nu a(H_1 \mid H_2) \approx H$ .

Trouver un processus  $K'_1$  tel que

$$\nu a(K'_1 \mid K_2) \approx H.$$