

# Master Mathématique et Informatique

## **Option : Structures de Calcul I et II (Calcul Formel)**

Gérard H. E. Duchamp

Laurent Poinsot

+ Séminaires CIP

Ce module essaye de « tirer le meilleur » des interactions entre les trois Sciences  
Math-Info-Physique  
en matière de Calcul.

\*Puissance de  
Calcul  
\* Notations

**Physique**

\*Opérateurs  
\* Modelisation

**Math**

<----->

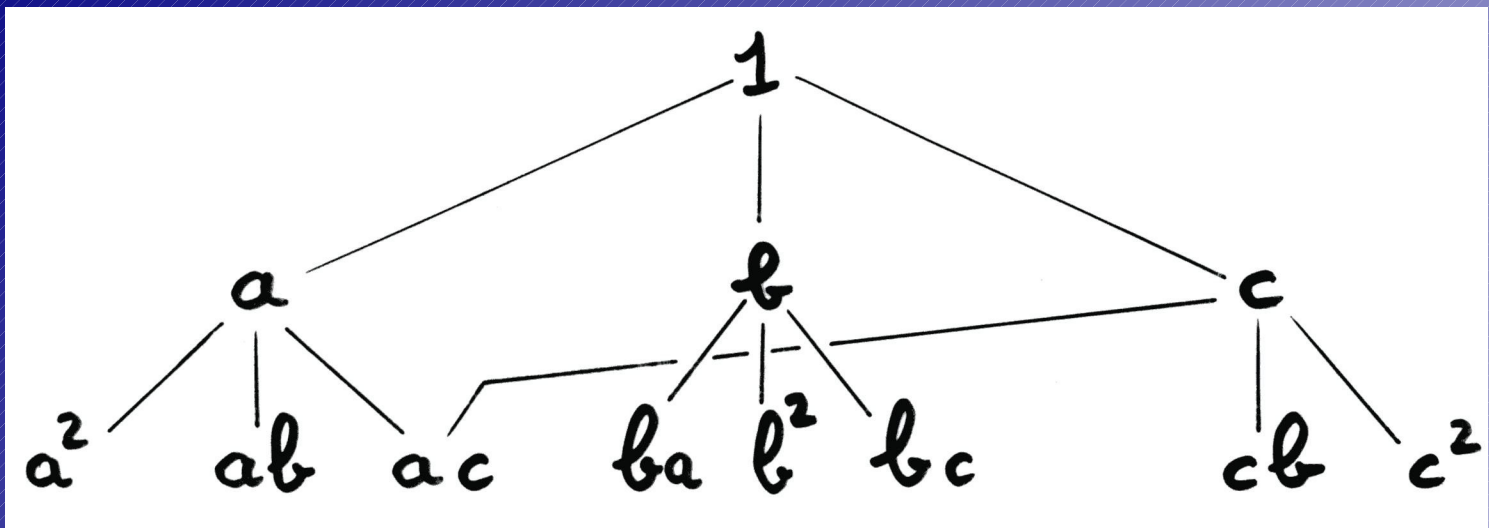
**Info**

\* Résultats généraux  
\* énoncés  
\* espaces de Fonctions

\* Structures de  
Données efficaces  
\* Algorithmique  
\* Programmation

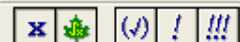
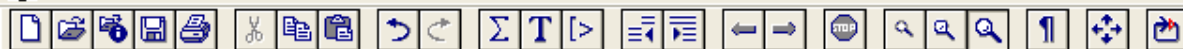
- \* Calcul exact et approché : symboles et formules, quantités
- \* Représentation en machine : graphes sans cycles (DAG : Directed Acyclic Graphs), graphes de transition (poids et calcul)
- \* Réduction et réécritures (mots, graphes)
- \* Classes de nombres (rationnels, extensions algébriques, transcendants), représentations en machine et algorithmes de calcul

- \* Application : évaluation par points, lien avec la compression audio et vidéo
- \* Calcul exact sur les espaces de fonctions (fonctions rationnelles à variables commutatives et non-commutatives, intégration et sommation symbolique)
- \* Calcul modulo  $p$  : applications aux méthodes de Monte-Carlo (dont une modélisation en finance, Cox-Ross-Rubinstein) et à la sécurité des données, systèmes à clef publique, correction des erreurs (modems)
- \* Implémentation des corps finis.



Ici  $\langle ac=ca \rangle$  le nombre de mots par longueur est

Long.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$ac=ca$	3	8	21	55	144	377	987	2584	6765	17711
$ac \neq ca$	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049



```
> f:=1/(1-3*x);
```

$$f := \frac{1}{1 - 3x}$$

```
> taylor(f, x=0, 11);
```

$$1 + 3x + 9x^2 + 27x^3 + 81x^4 + 243x^5 + 729x^6 + 2187x^7 + 6561x^8 + 19683x^9 + 59049x^{10} + O(x^{11})$$

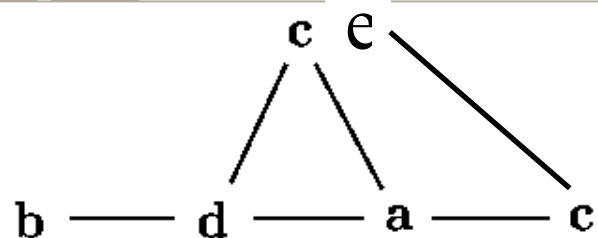
```
> g:=1/(1-3*x+x^2);
```

$$g := \frac{1}{1 - 3x + x^2}$$

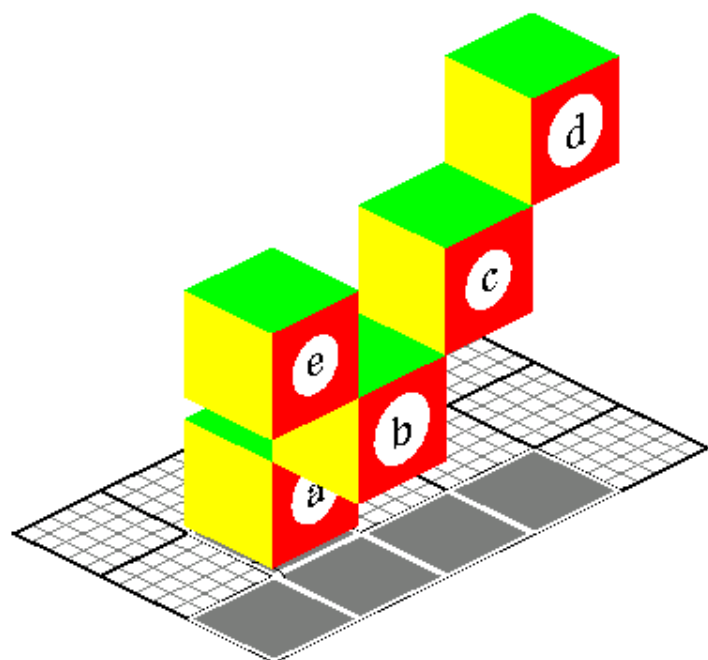
```
> taylor(g, x=0, 11);
```

$$1 + 3x + 8x^2 + 21x^3 + 55x^4 + 144x^5 + 377x^6 + 987x^7 + 2584x^8 + 6765x^9 + 17711x^{10} + O(x^{11})$$

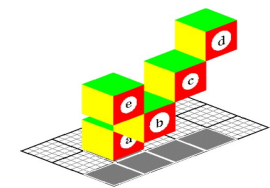
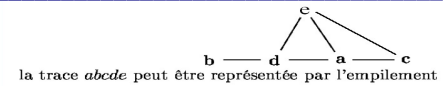
```
>
```



la trace  $abcde$  peut être représentée par l'empilement



Ces monoïdes sont appelés partiellement commutatifs libres car ils sont libres pour la catégorie des alphabets à commutations. En effet, définissons un mor-



Ces monoïdes sont appelés partiellement commutatifs libres car ils sont libres pour la catégorie des alphabets à commutations. En effet, définissons un mor-

Maple 9 - [Untitled (1) - [Server 1]]

File Edit View Insert Format Spreadsheet Window Help

```
> g := 1 / (1 - 5*x + 6*x^2 - 2*x^3);
```

$$g := \frac{1}{1 - 5x + 6x^2 - 2x^3}$$

```
> taylor(g, x=0, 30);
```

$$1 + 5x + 19x^2 + 67x^3 + 231x^4 + 791x^5 + 2703x^6 + 9231x^7 + 31519x^8 + 107615x^9 + 367423x^{10} + 1254463x^{11} + 4283007x^{12} + 14623103x^{13} + 49926399x^{14} + 170459391x^{15} + 581984767x^{16} + 1987020287x^{17} + 6784111615x^{18} + 23162405887x^{19} + 79081400319x^{20} + 270000789503x^{21} + 921840357375x^{22} + 3147359850495x^{23} + 10745758687231x^{24} + 36688315047935x^{25} + 125261742817279x^{26} + 427670341173247x^{27} + 1460157879058431x^{28} + 4985290833887231x^{29} + O(x^{30})$$

```
> |
```

# Automates et rationalité

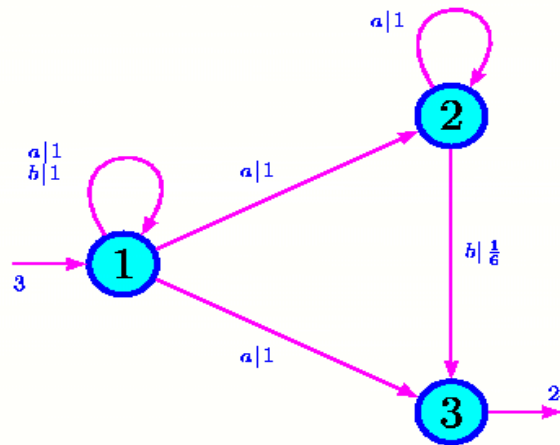


FIG. 1 – Un  $\mathbb{Q}$ -automate  $\mathcal{A}$ .

Le comportement de  $\mathcal{A}$  est :

$$\text{comportement}(\mathcal{A}) = \sum_{a,b \in A} (a+b)^*(6+a*b).$$

Un type particulier d'automate à multiplicités est constitué des automates à multiplicités avec des  $\varepsilon$ -transitions.

Un  $k$ - $\varepsilon$ -automate  $\mathcal{A}_\varepsilon$  est un  $k$ -automate sur l'alphabet  $A_\varepsilon = A \cup \{\varepsilon\}$ .

Exemple :

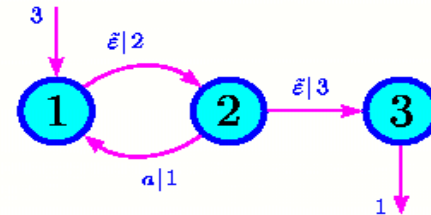


FIG. 2 – Un  $\mathbb{N}$ - $\varepsilon$ -automate  $\mathcal{A}_\varepsilon$

$$\text{comportement}(\mathcal{A}_\varepsilon) = 18\varepsilon \left( \sum_{i \in \mathbb{N}} 2^i (a\varepsilon)^i \right) \varepsilon.$$

**Théorème 9** Soit  $m \in M$ . Une répétition finie de l'algorithme suffixe et  $\text{cons}_\varphi$  décide s'il existe une décomposition de  $\mathfrak{A} \cdot m$  en une somme directe de sous-modules indécomposables. Si aucune solution non-triviale n'est trouvable, alors le module  $\mathfrak{A} \cdot m$  est indécomposable.

**Exemple 1 :** Soit  $f : \{0, 1\}^3 \rightarrow \{0, 1\}$  définie par  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1x_2 + x_1$ . On considère le module  $M = \mathfrak{A}_3 \cdot f = \mathbb{Z}_2[\mathfrak{S}_3] \cdot f$ .

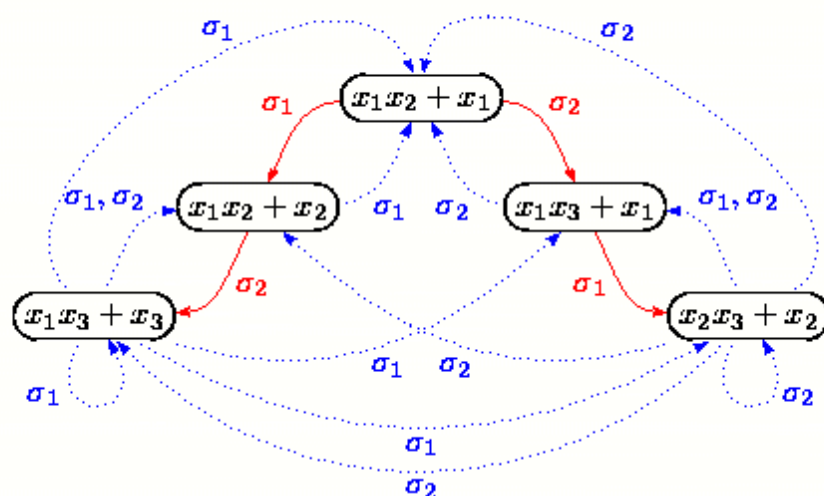
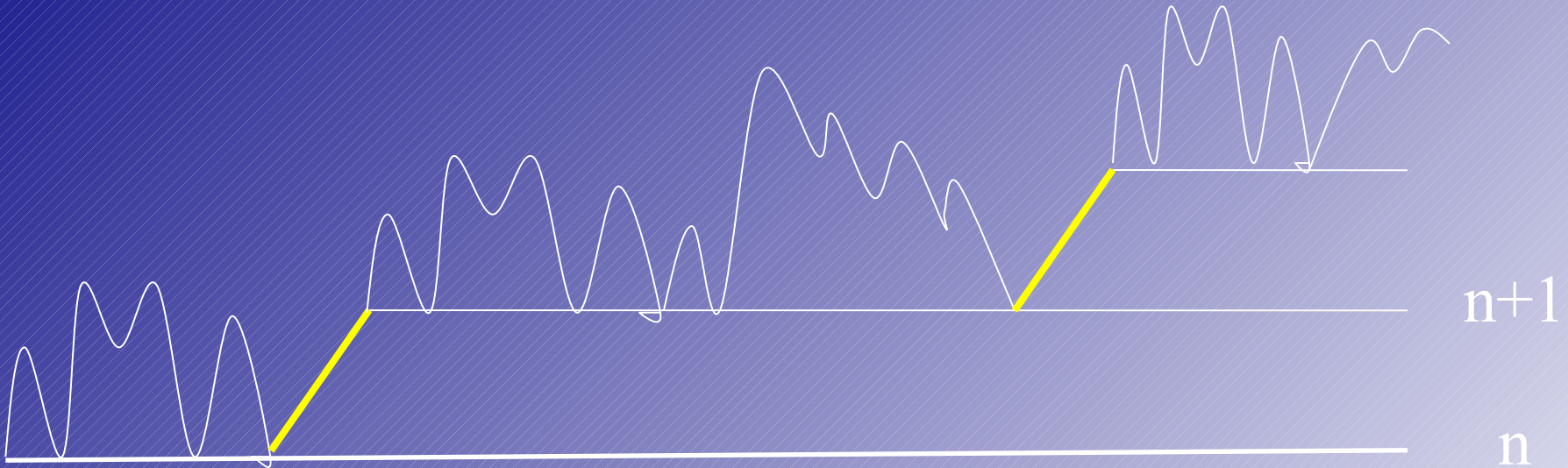


FIG. 7 – Action de  $\sigma_i$  sur  $M$

# Change of level in physics



$$\text{Positifs} = D(aD)^*$$

```
Maple 9 [Untitled (1) [Server 1]]
1 + x^2 + 2 x^4 + 5 x^6 + 14 x^8 + 42 x^10 + 132 x^12 + 429 x^14 + O(x^16)
> Dyck := 2 / (1 + sqrt(1 - 4*x*y));
Dyck := 2 / (1 + sqrt(1 - 4*x*y))
> restart;
> Pos := (Dyck / (1 - x*Dyck)) ;
Pos := Dyck / (1 - x*Dyck)
> coeftayl(Pos, [x,y]=[0,0], [6,4]);
90
> S:=0:for l from 0 to 6 do for k from 0 to 6 do
S:=S+coeftayl(Pos, [x,y]=[0,0], [k,l])*x^k*y^l od
od:S;
```

```
> Pos:=simplify(Dyck/(1-x*Dyck));
```

$$Pos := -\frac{2}{-1 - \sqrt{1 - 4xy + 2x}}$$

```
> coeftayl(Pos, [x,y]=[0,0], [6,4]);
```

90

```
> S:=0:for l from 0 to 6 do for k from 0 to 6 do
S:=S+coeftayl(Pos, [x,y]=[0,0], [k,l])*x^k*y^l od
od:S;
```

$$1 + x + xy + 20x^6y^2 + 14x^5y^2 + 5x^3y^3 + 2x^2y^2 + x^3 + 28x^5y^3 + x^4 + x^5$$

$$+ x^6 + x^2 + 132x^6y^5 + 2x^2y + 5x^3y^2 + 90x^6y^4 + 42x^5y^5 + 3x^3y$$

$$+ 132x^6y^6 + 4x^4y + 14x^4y^4 + 14x^4y^3 + 5x^5y + 9x^4y^2 + 48x^6y^3$$

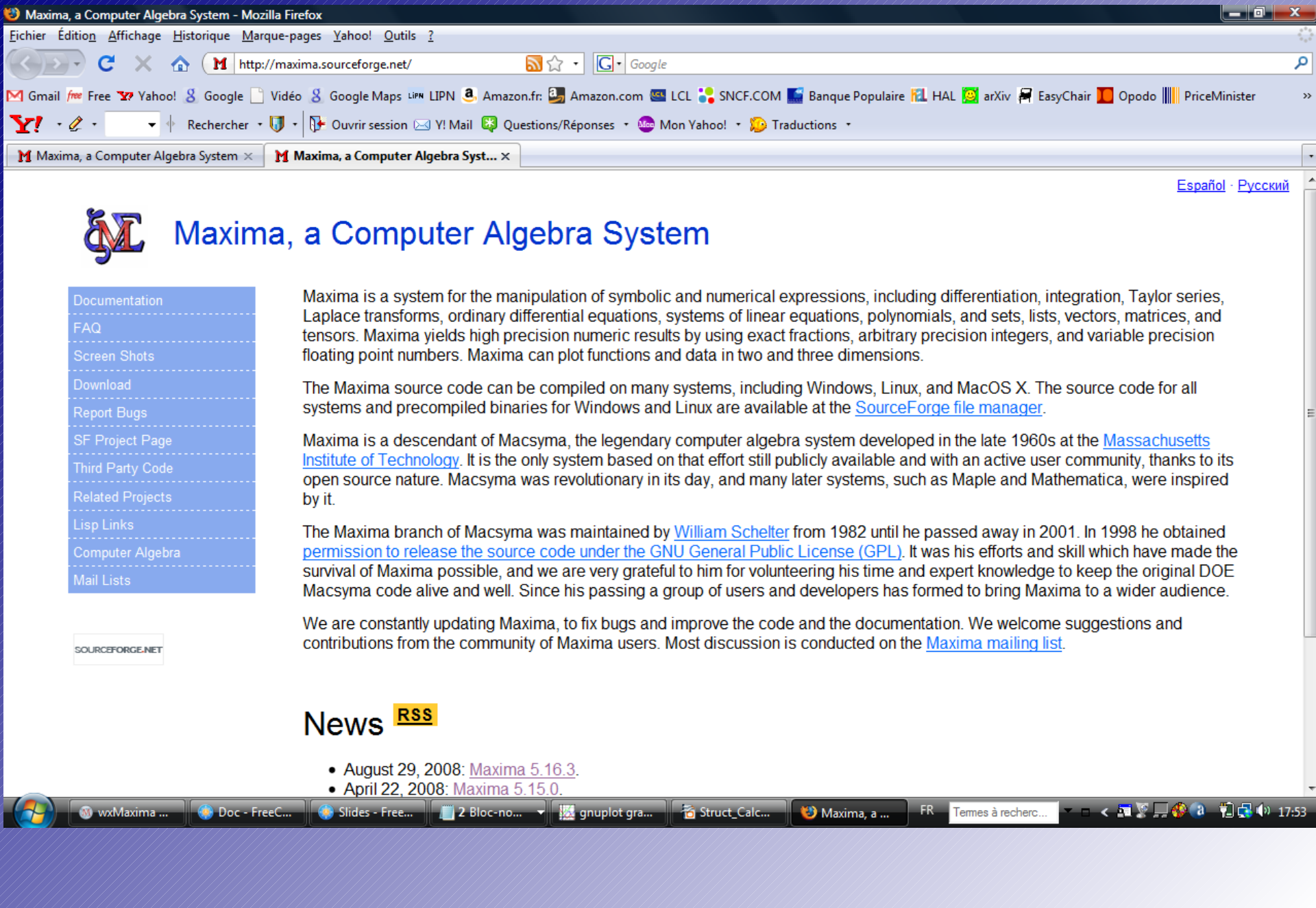
$$+ 42x^5y^4 + 6x^6y$$

```
> |
```

Très important : tourner avec « au moins » deux systèmes de Calcul Formel.

On utilisera aussi Maxima

<http://maxima.sourceforge.net/>



[Español](#) · [Русский](#)



# Maxima, a Computer Algebra System

- Documentation
- FAQ
- Screen Shots
- Download
- Report Bugs
- SF Project Page
- Third Party Code
- Related Projects
- Lisp Links
- Computer Algebra
- Mail Lists



Maxima is a system for the manipulation of symbolic and numerical expressions, including differentiation, integration, Taylor series, Laplace transforms, ordinary differential equations, systems of linear equations, polynomials, and sets, lists, vectors, matrices, and tensors. Maxima yields high precision numeric results by using exact fractions, arbitrary precision integers, and variable precision floating point numbers. Maxima can plot functions and data in two and three dimensions.

The Maxima source code can be compiled on many systems, including Windows, Linux, and MacOS X. The source code for all systems and precompiled binaries for Windows and Linux are available at the [SourceForge file manager](#).

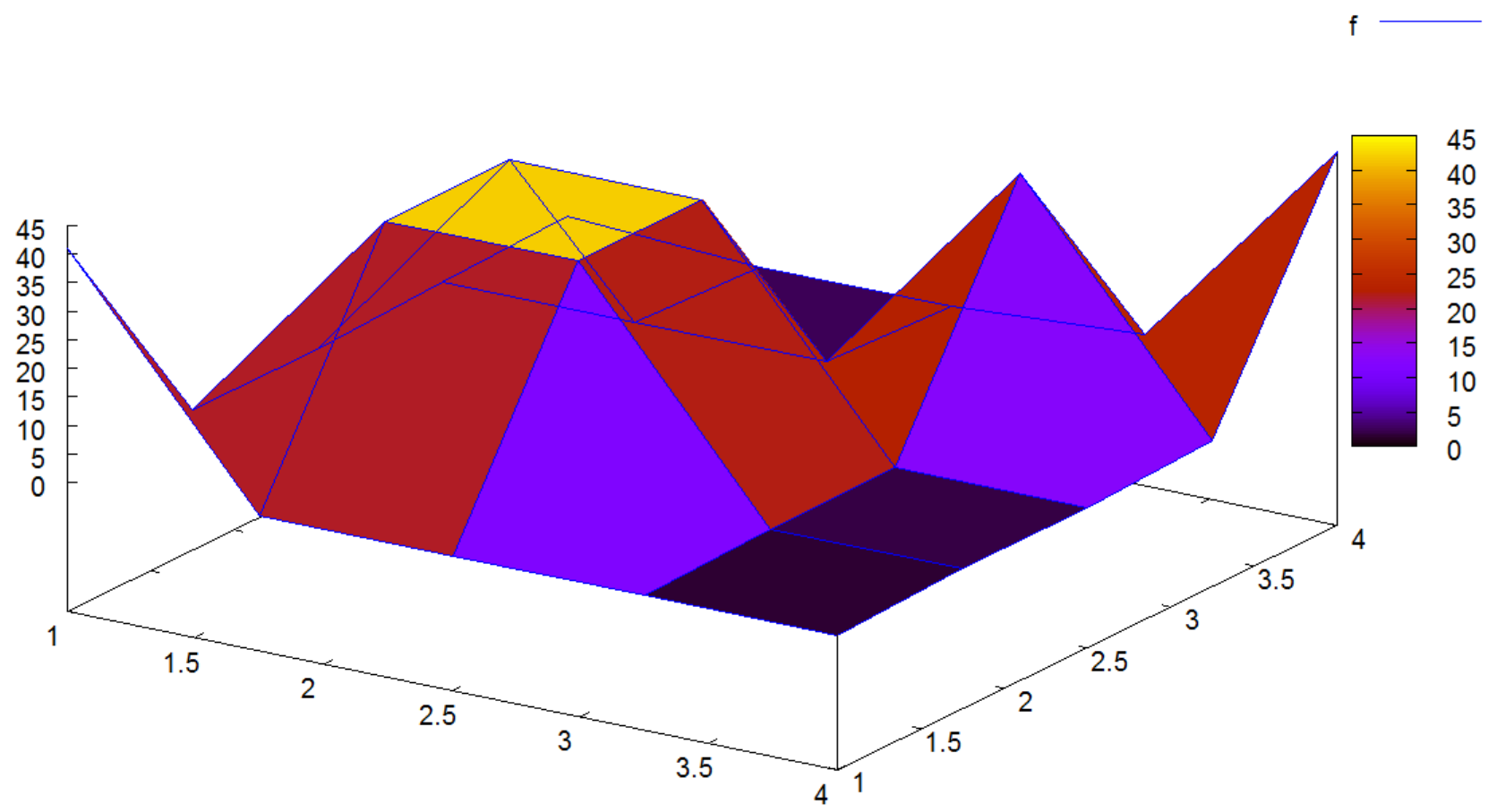
Maxima is a descendant of Macsyma, the legendary computer algebra system developed in the late 1960s at the [Massachusetts Institute of Technology](#). It is the only system based on that effort still publicly available and with an active user community, thanks to its open source nature. Macsyma was revolutionary in its day, and many later systems, such as Maple and Mathematica, were inspired by it.

The Maxima branch of Macsyma was maintained by [William Schelter](#) from 1982 until he passed away in 2001. In 1998 he obtained [permission to release the source code under the GNU General Public License \(GPL\)](#). It was his efforts and skill which have made the survival of Maxima possible, and we are very grateful to him for volunteering his time and expert knowledge to keep the original DOE Macsyma code alive and well. Since his passing a group of users and developers has formed to bring Maxima to a wider audience.

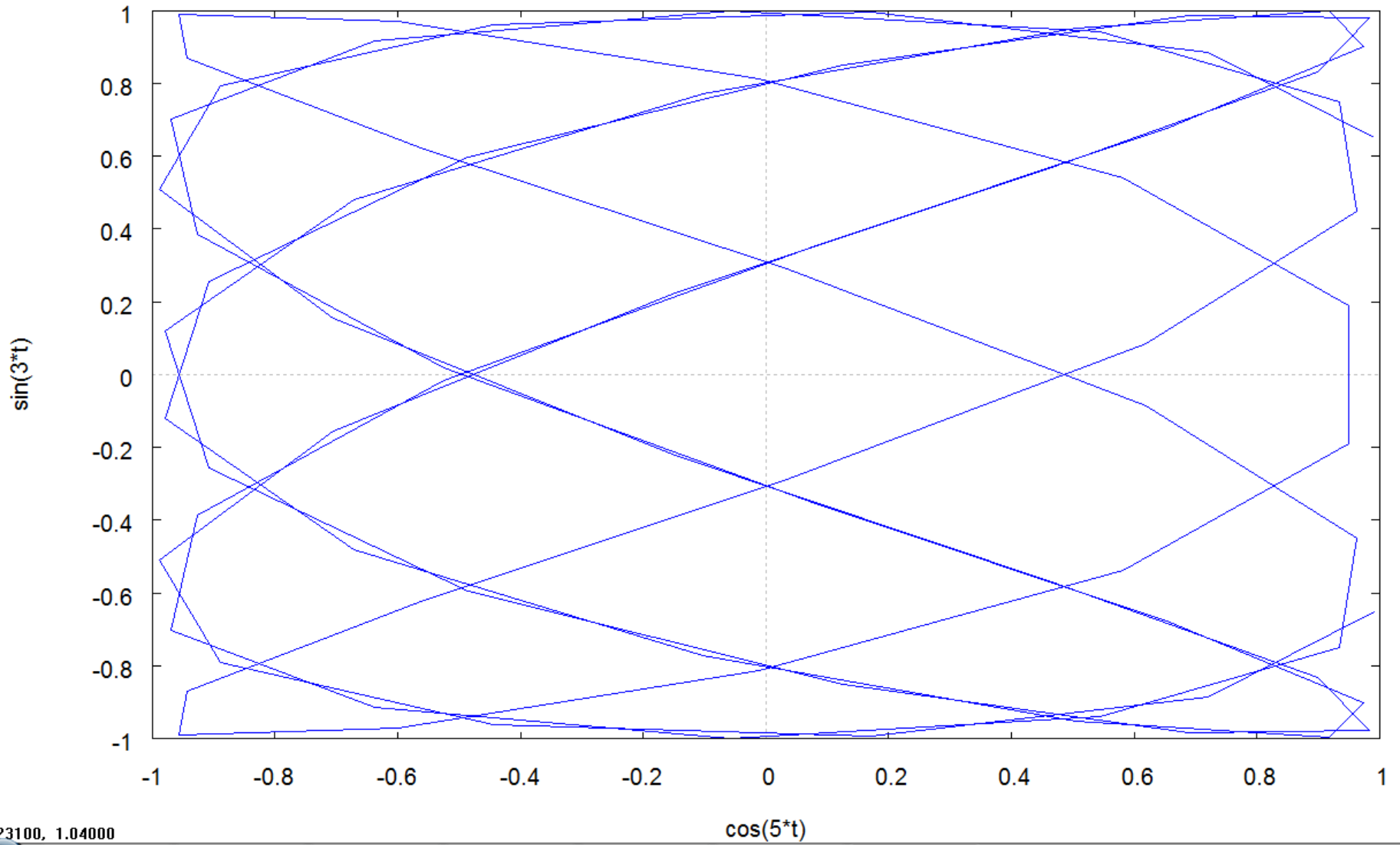
We are constantly updating Maxima, to fix bugs and improve the code and the documentation. We welcome suggestions and contributions from the community of Maxima users. Most discussion is conducted on the [Maxima mailing list](#).

## News RSS

- August 29, 2008: [Maxima 5.16.3](#).
- April 22, 2008: [Maxima 5.15.0](#).



view: 53.0000, 33.0000 scale: 1.00000, 1.00000





20 nov 2008 IVAN MARIN - *Représentations de monodromie des groupes de tresses complexes*, III  
 27 nov 2008 NICOLAS LIBEDINSKY - *A préciser*

### – Épistémologie et histoire des idées mathématiques [\[ Passer / modifier une annonce \]](#)

(M. Serfati, Irem) Le mercredi à 14h Institut Henri Poincaré, 11 rue Pierre et Marie Curie, salle 201, ou amphi Darboux ()

12 nov 2008	14h00	V. DURAND-GUERRIER - <i>L'implication, une notion complexe et polysémique. Aspects épistémologique et didactique.</i> (salle 201)
26 nov 2008	14h00	M. SERFATI - <i>Pensée symbolique et pratique de l'harmonie dans les mathématiques de Leibniz</i> (salle 201)

### – Université Paris-Nord Villetaneuse (Paris XIII)

Avenue J.-B. Clément 93430 Villetaneuse

#### – Séminaire CIP « Combinatoire, Informatique et Physique » [\[ Passer / modifier une annonce \]](#)

(D. Barsky, G. Duchamp, C. Tollu, F. Toumazet) Le mardi à 10h30 Salle B311 de l'Institut Galilée ()

4 nov 2008	14h30	SILVIA GOODENOUGH - <i>Dérivations et formule CBH</i>
18 nov 2008	14h00	LAURENT POINSOT - <i>Equations différentielles dans les algèbres de Fréchet</i>
25 nov 2008	14h00	HAYAT CHEBALLAH - <i>TBA</i>

#### – Séminaire de Géométrie Arithmétique et Motivique [\[ Passer / modifier une annonce \]](#)

(F. Déglise) Le vendredi à 10h30 Salle B405 (<http://www.math.univ-paris13.fr/equipes/gaga/sem/?sem=P>)

7 nov 2008	10h30	F. MOKRANE (PARIS 13 - PARIS 8) - <i>Une version surconvergente du F-cristal unité de Dwork.</i>
14 nov 2008	10h30	F. BROWN (CHEVALERET) - <i>Zeta-motifs de Dedekind pour les corps de nombres totalement réels.</i>
21 nov 2008	10h30	M. COSSUTTA (PARIS 6) - <i>Homologie des revêtements de congruence de certaines variétés de Shimura.</i>
28 nov 2008	10h30	X. CARUSO (RENNES I) - <i>Quelques bornes sur la ramification des représentations semi-stables.</i>

### – Université Pierre et Marie Curie (Paris VI)

2 place Jussieu 75252 Paris cedex 05

Chevaleret : 175 rue du Chevaleret 75013 Paris

#### – Groupe de Travail Biologie, Probabilités et Statistiques [\[ Passer / modifier une annonce \]](#)

(F. Austerlitz, J. Berestycki, G. Giacomin, C. Laredo et M. Thieullen) le vendredi à 14h Chevaleret, salle 3E91 ()

28 nov 2008	A. LAGNOUX - <i>Analyse du modèle de branchement avec duplication des trajectoires sous contrainte de coût pour l'étude des événements rares</i>
-------------	--



(J.-M. Aubry, S. Jaffard, S. Seuret) de 11h00 à 16h00 Salle P2-132 (Une journée toutes les 6 semaines)

4 déc 2008	11h00-12h00	VÉRONIQUE BILLAT (UNIVERSITÉ D'EVRY) - <i>Scaling in heart rate and speed dynamics of runners in the marathon race.</i>
	13h30-14h30	FLORA KOUKIOU (UNIVERSITÉ DE CERGY) - <i>Sur certaines propriétés des mesures de Gibbs aléatoires.</i>
	14h45-15h45	OLIVIER BARRIÈRE (INRIA) - <i>Processus Auto Régulé Multifractionnaire et applications</i>

#### – Université Paris-Nord Villetaneuse (Paris XIII)

Avenue J.-B. Clément 93430 Villetaneuse

##### – Séminaire CIP « Combinatoire, Informatique et Physique » [ [Passer / modifier une annonce](#) ]

(D. Barsky, G. Duchamp, C. Tollu, F. Toumazet) Le mardi à 10h30 Salle B311 de l'Institut Galilée ( )

2 déc 2008	14h00	GÉRARD H. E. DUCHAMP - <i>Calculs explicites et deux problèmes ouverts dans DIAG et LDIAG</i>
9 déc 2008	14h00	CHRISTOPHE TOLLU - <i>Espaces de chemins et fonctions sur les graphes de branchements</i>
16 déc 2008	14h00	SILVIA GOODENOUGH - <i>Un travail sur les coefficients des formules de BCH et Dynkin</i>

##### – Séminaire de Géométrie Arithmétique et Motivique [ [Passer / modifier une annonce](#) ]

(F. Déglise) Le vendredi à 10h30 Salle B405 (<http://www.math.univ-paris13.fr/equipes/qaga/sem/?sem=P> )

12 déc 2008	10h30	L. THOMAS (EFP LAUSANNE) - <i>Structure galoisienne dans des <math>p</math>-extensions de corps locaux.</i>
-------------	-------	---

#### – Université Pierre et Marie Curie (Paris VI)

2 place Jussieu 75252 Paris cedex 05

Chevaleret : 175 rue du Chevaleret 75013 Paris

##### – Séminaire du Laboratoire Jacques-Louis Lions [ [Passer / modifier une annonce](#) ]

(F. Béthuel, D. Cioranescu, A. Cohen, Y. Maday, F. Murat, G. Tronel) Une séance le vendredi à 14h00 Chevaleret, salle 2E1 (page web : <http://www.ann.jussieu.fr/vendredi> ; une version pdf de la plupart des exposés du séminaire figure sur la page web <http://www.ann.jussieu.fr/vendredi-archives.php3?annee=A2008> )

5 déc 2008	JEAN-MICHEL CORON (UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE PARIS VI) - <i>Stabilisation et contrôlabilité de systèmes hyperboliques</i>
12 déc 2008	RÉMI ABGRALL (UNIVERSITÉ BORDEAUX I) - <i>Comment construire simplement des schémas d'ordre élevé non oscillants pour des problèmes hyperboliques</i>
19 déc 2008	CLAUDE LE BRIS (ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSÉES) - <i>Méthodes couplant atomistique et continuum en science des matériaux</i>
26 déc 2008	RELÂCHE (vacances de Noël)

#### – Université René Descartes (Paris V)

## Renseignements :

Gérard H. E. Duchamp (cette option + MMI en général jusqu'à vendredi soir)

ghed@lipn.univ-paris13.fr

Bureau A 105

Office : 01 49 40 28 62 Mob : 06 64 25 87 17

Laurent Poinot (cette option)

laurent.poinot@lipn.univ-paris13.fr

Bureau : A 108

Office : 01 49 40 40 70