# Sujet de stage de Master 2 en Optimisation Combinatoire : problème de voyageur de commerce multicontainer.

Sophie Toulouse, Roberto Wolfler Calvo[1]

LIPN (UMR CNRS 7030) - Institut Galilée, Université Paris 13, 99 av. Jean-Baptiste Clément, 93430 Villetaneuse, France. toulouse@lipn.fr, wolfler@lipn.fr

## 1 Résumé

Le but du stage proposé est de définir et d'éprouver un (ou des) schéma(s) de résolution pour le problème du voyageur de commerce multicontainer s'appuyant sur les *"bonnes"* propriétés combinatoires de ce problème. Dans l'idéal, nous envisageons de développer un schéma de résolution exacte de type *"branch and bround"* basé sur une décomposition du problème de type Benders. Le stage implique une réflexion sur la ou les méthodes à développer, ainsi que des développements en C++ intégrant les bibliothèques Cplex et Scip ou Abacus. Il nécessite donc un bagage solide en optimisation combinatoire au sens large, incluant l'algorithmique et la programmation mathématique, ainsi qu'un bon niveau en programmation. Le stage est d'une durée se 5 à 6 mois et se déroulera au LIPN, *Laboratoire d'Informatique de l'université Paris Nord*, sous la direction conjointe de Roberto Wolfler Calvo et de Sophie Toulouse. Le ou la stagiaire bénéficiera d'une indemnité de stage pour réaliser ce travail.

## 2 Description détaillée

### 2.1 Voyageur de commerce multi-container, STSP

Une instance du problème du voyageur de commerce multicontainer est constituée de deux instances $I^A$ et $I^B$ du voyageur de commerce, et d'un nombre $k$ de rangées. Ces rangées sont limitées en nombre de places, mais ont toutes la même capacité $c$ (par défaut : $\lceil n/k \rceil$, si $n$ désigne le nombre de colis à traiter). Les deux instances $I^A$ et $I^B$ sont des graphes complets arcs-valués de même ordre $n$. Le sommet $i$ dans le graphe de l'instance $I^A$ représente le lieu où un colis $c_i$ est à collecter, tandis que le sommet $i$ du graphe de l'instance $I^B$ représente le lieu où le même colis $c_i$ doit être livré. Si $I^A$ représente Paris, $I^B$ représente Marseille et l'opérateur de transport est *La Poste* (penser *par ex.* au service *Colissimo*) :

– Un agent parisien prend une fourgonnette et fait la tournée des colis à collecter. Durant cette tournée, les colis sont stockés dans un container. Le container est constitué de $k$ rangées, dans lesquelles les colis sont empilés.

– Le container est envoyé par avion à Marseille (ce transport long courrier n'est pas pris en compte dans notre problème).
– Un agent marseillais charge le container dans une fourgonnette et opère la délivrance des colis dans sa ville.

La contrainte forte ici est que les colis sont empilés dans les rangées des containers et que l'on ne peut modifier l'organisation de celles-ci. Ainsi, si la rangée 1 contient les colis 1 2 3 4 et la rangée 2, les colis 5 6 7 (on suppose que 2 rangées sont disponibles et que 7 colis sont à traiter), alors :

– L'agent parisien a collecté 1 avant 2 avant 3 avant 4, et 5 avant 6 avant 7 ; en revanche, on ne peut déduire de l'empilement si le colis 3 a été collecté avant ou après le colis 6.
– L'agent marseillais doit délivrer 7 avant 6 avant 5 et 4 avant 3 avant 2 avant 1 ; en revanche, l'arrangement des colis n'impose aucune contrainte concernant l'ordre relatif de livraison, *eg.*, des colis 2 et 5 ou 2 et 6.

Une tournée, que ce soit à Paris ou à Marseille, revient à définir un ordre de parcours des $n$ clients à visiter. Le plus souvent, on considère que la fourgonnette part d'un dépôt (*ex.*, situé près de l'aéroport). Dans ce cadre, les enchaînements $D\acute{e}p\hat{o}t, 1, 2, 5, 3, 6, 4, 7, D\acute{e}p\hat{o}t$ à Paris et $D\acute{e}pot, 4, 3, 7, 2, 6, 5, 1, D\acute{e}pot$ à Marseille définissent bien des tournées compatibles avec l'ordonnancement des colis dans les containers. Si l'on ne considère par le dépôt, alors (toujours par exemple) : $1, 2, 5, 3, 6, 4, 7, 1$ et $4, 3, 7, 2, 6, 5, 1, 4$ définissent bien des tournées compatibles.

### 2.2 Motivation

Bien que difficile (STSP est trivialement $\mathbf{NP-hard}$, à partir de TSP), le problème présente d'intéressantes propriétés combinatoires. Une solution du problème de TSP multicontainer revient à prendre trois décisions :

1. Quelle tournée de collecte $T^A$ sur $I^A$ ?
2. Quelle tournée de livraison $T^B$ sur $I^B$ ?
3. Quel arrangement des items dans les rangées ?

Schématiquement, on peut donc exprimer une instance $I$ de STSP par un PLNE (*Programme Linéaire en Nombres Entiers*) de la forme :

$$(I) \begin{cases} \min & d_A \cdot y_A & +d_B \cdot y_B & & (obj) \\ A_X x & & & \geq a_X & (1) \\ & A y_A & & \geq a_Y & (2A) \\ & & A y_B & \geq a_Y & (2B) \\ B_X x & +C_A y_A & & \geq c_A & (3A) \\ B_X x & & +C_B y_B & \geq c_B & (3B) \\ x, & y_A, & y_B & \geq 0 & \end{cases}$$

Où :

- Les variables $x$ traduisent l'arrangement des colis dans les rangées et les contraintes (1) assurent que ces variables définissent bien un tel arrangement.
- Les variables $y_A$ (*resp.*, $y^B$) traduisent une tournée sur $I^A$ (*resp.*, $I^B$) et les contraintes ($2A$) (*resp.*, ($2B$)) assurent que ces variables définissent bien une tournée.
- L'objectif ($obj$) donne la somme des coûts des tournées sur $I^A$ et $I^B$.
- Les contraintes ($3A$) (*resp.*, ($3B$)) assurent que la tournée de collecte (*resp.*, de livraison) sur $I^A$ (*resp.*, sur $I^B$) est bien compatible avec l'arrangement des colis dans les rangées.

Les tournées sur $I^A$ et $I^B$ ne sont donc rendues dépendantes que par le biais des contraintes LIFO *"Last In First Out"* ($3A$–$3B$) induites par l'arrangement des colis dans les containers. Or, il se trouve [1] :

1. que décider si un couple de tours $(T^A, T^B)$ est compatible (et renvoyer le cas échéant un arrangement compatible) est polynomial ;
2. que déterminer le meilleur tour $T^A$ (*resp.*, $T^B$) sur $I^A$ (*resp.*, $I^B$) étant donné un arrangement des colis est exponentiel en $k$ (le nombre de rangées), mais polynomial en $n$ (le nombre de colis).

Il se trouve enfin que ce problème s'approxime bien (au sens de l'approximation polynomiale au pire des cas) par le biais de couplages, [2], ce qui ne peut que participer favorablement au processus global de résolution.

## References


1. S. Toulouse, R. Wolfler Calvo: On the complexity of the multiple stack TSP, $k$STSP. TAMC 2009, LNCS 5532:360-369 (2009).
2. S. Toulouse: Approximability of the Multiple Stack TSP. ISCO 2010, ENDM, *à paraître*.