Groupes de Galois d'équations différentielles non-commutatives et équation de Drinfel'd

Matthieu Deneufchâtel

Laboratoire d'Informatique de Paris Nord,
Université Paris 13

Séminaire CIP, 18 octobre 2011

Outline

Rappels : $X = \{x_1, \ldots, x_n\}$.

$$P_w = \begin{cases} x_i \text{ if } w = x_i; \\ [l_1, l_2] \text{ if } w \text{ is a Lyndon word with standard factorization } l_1 l_2; \\ P_{l_{i_1}}^{\alpha_1} \ldots P_{l_{i_k}}^{\alpha_k} \text{ if } w = l_{i_1}^{\alpha_1} \ldots l_{i_k}^{\alpha_k},\ l_{i_1} > \cdots > l_{i_k}. \end{cases}$$

Rappels : $X = \{x_1, \ldots, x_n\}$.

$$P_w = \begin{cases} x_i \text{ if } w = x_i; \\ [l_1, l_2] \text{ if } w \text{ is a Lyndon word with standard factorization } l_1 l_2; \\ P_{l_{i_1}}^{\alpha_1} \ldots P_{l_{i_k}}^{\alpha_k} \text{ if } w = l_{i_1}^{\alpha_1} \ldots l_{i_k}^{\alpha_k},\ l_{i_1} > \cdots > l_{i_k}. \end{cases}$$

$$S_w = \begin{cases} w & \text{if } |w| = 1; \\ xS_u & \text{if } w = xu \text{ and } w \text{ is a Lyndon word;} \\ \dfrac{S_{l_{i_1}}^{ш\alpha_1} \ldots S_{l_{i_k}}^{ш\alpha_k}}{\alpha_1! \ldots \alpha_k!} & \text{otherwise, if } w = l_{i_1}^{\alpha_1} \ldots l_{i_k}^{\alpha_k}. \end{cases}$$

Rappels : $X = \{x_1, \ldots, x_n\}$.

$$P_w = \begin{cases} x_i \text{ if } w = x_i; \\ [l_1, l_2] \text{ if } w \text{ is a Lyndon word with standard factorization } l_1 l_2; \\ P_{l_{i_1}}^{\alpha_1} \ldots P_{l_{i_k}}^{\alpha_k} \text{ if } w = l_{i_1}^{\alpha_1} \ldots l_{i_k}^{\alpha_k},\ l_{i_1} > \cdots > l_{i_k}. \end{cases}$$

$$S_w = \begin{cases} w & \text{if } |w| = 1; \\ x S_u & \text{if } w = xu \text{ and } w \text{ is a Lyndon word}; \\ \dfrac{S_{l_{i_1}}^{\sqcup\!\sqcup\, \alpha_1} \ldots S_{l_{i_k}}^{\sqcup\!\sqcup\, \alpha_k}}{\alpha_1! \ldots \alpha_k!} & \text{otherwise, if } w = l_{i_1}^{\alpha_1} \ldots l_{i_k}^{\alpha_k}. \end{cases}$$

Minh :

$$\sum_{w \in X^*} w \otimes w = \prod_{l \in \mathrm{Lyn}(X)}^{\searrow} \exp(S_l \otimes P_l).$$

(produit : $\sqcup\!\sqcup$ à gauche et concaténation à droite).

Objectif : Donner un cadre général dans lequel l'égalité

$$\sum_{w \in X^*} w \otimes w = \prod_{i \in I}^{\rightarrow} \exp(S_i \otimes P_i)$$

où $(P_i)_{i \in I}$ et $(S_i)_{i \in I}$ sont deux bases en dualité.