

Chap. V : Équations

Laurent Poinsot

11 décembre 2009

Plan

Chap. V :
Équations

Laurent
Poinso

Plan

1 Résolution d'équations numériques

2 Résolution d'équations différentielles

3 Résolution d'équations récurrentes

Plan

Chap. V :
Équations

Laurent
Poincot

Plan

1 Résolution d'équations numériques

2 Résolution d'équations différentielles

3 Résolution d'équations récurrentes

Plan

Chap. V :
Équations

Laurent
Poincot

Plan

- 1 Résolution d'équations numériques
- 2 Résolution d'équations différentielles
- 3 Résolution d'équations récurrentes

Pour résoudre **formellement** une équation, on utilise la commande `solve` :

```
> solve(2*ln(x/3)=-1, x) ;
```

$$3e^{(-1/2)}$$

Si l'équation admet plusieurs solutions, Maple les affiche séparées par des virgules :

```
> eq := a*x^2+b*x+c=0 ;
```

$$eq := ax^2 + bx + c = 0$$

```
> solve (eq, x) ;
```

$$\frac{1}{2} \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{a}, \frac{1}{2} \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{a}$$

Pour résoudre **formellement** un système d'équations, c'est encore `solve` qu'il faut utiliser :

> `eq1 := a*x+3*y=2 ;`

$$eq1 := ax + 3y = 2$$

> `eq2 := x^2+y=1 ;`

$$eq2 := x^2 + y = 1$$

>`solve ({eq1, eq2}, {x, y}) ;`

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \text{RootOf}(3_Z^2 - a_Z - 1), \\ y = \text{RootOf}(3_Z^2 - a_Z - 1) + \frac{2}{3} \end{array} \right\}$$

Pour résoudre **numériquement** une équation, on utilise la commande `fsolve` :

```
> eq := x^3 + 3*x^2 = exp(x) ;
```

$$eq := x^3 + 3x^2 = e^x$$

```
> solve(eq, x) ;
```

$$\text{RootOf}(e^{-Z} - Z^3 - 3Z^2)$$

Le système n'a pas été en mesure de calculer formellement les solutions de l'équation.

La commande `fsolve` permet de chercher une valeur approchée des solutions de l'équation :

```
> fsolve (eq, x=-4..-2) ;
```

-2.994416364

```
> fsolve (eq, x=-1..0) ;
```

-.4935166498

```
> fsolve (eq, x=0..1) ;
```

.7518696378

Pour résoudre une équation différentielle, on utilise
dsolve :

> eq :=diff (y (x) , x) -y (x) =exp (x) ;

$$eq := \left(\frac{\partial}{\partial x} y(x) \right) - y(x) = e^x$$

> dsolve (eq, y (x)) ;

$$y(x) = (x + _C1)e^x$$

La constante d'intégration est notée $_C1$.

Pour résoudre l'équation différentielle avec des **conditions initiales**, par exemple avec $y(0) = 1$, on doit les rajouter à la commande `dsolve` :

```
> dsolve({eq, y(0)=1}, y(x)) ;
```

$$y(x) = (x + 1)e^x$$

Maple renvoie un objet qui est une équation. Le membre de gauche est $y(x)$. Le membre de droite est $(x + 1)e^x$.

Pour stocker ce membre de droite, on utilise la commande `rhs` (Right Hand Side) :

```
> sol1 :=rhs(%);
```

$$sol1 := (x + 1)e^x$$

On procède de même pour obtenir d'autres solutions avec des conditions initiales différentes :

```
> dsolve({eq, y(0)=0}, y(x));
```

$$y(x) = e^x x$$

```
> sol2 := rhs(%);
```

$$sol2 := e^x x$$

```
> dsolve({eq, y(0)=-1}, y(x));
```

$$y(x) = (x - 1)e^x$$

```
> sol3 := rhs(%);
```

$$sol3 := (x - 1)e^x$$

Pour résoudre une équation récurrente, on utilise la commande `rsolve` :

```
> eq := u(n) = 2*u(n-1) ;
```

$$eq := u(n) = 2u(n - 1)$$

```
> rsolve(eq, u(n)) ;
```

$$u(0)2^n$$

Pour résoudre une équation récurrente avec **conditions initiales**, on doit les sajouter à la commande `rsolve` :

```
> eq := u(n) = n*u(n-1) ;
```

$$eq := u(n) = nu(n - 1)$$

```
> rsolve({eq, u(0)=1}, u(n)) ;
```

$$\Gamma(n + 1)$$

La fonction Γ est le prolongement à \mathbb{C} de la factorielle $n!$ définie sur \mathbb{N} .